

УДК 552.33

ДИНАМИКА ФРОНТОВ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ, ЛИКВИРОВАНИЯ И КИПЕНИЯ У ВЕРХНЕГО КОНТАКТА ПЛОСКИХ ИНТРУЗИВНЫХ ТЕЛ

© 2004 г. А. Н. Черепанов, В. К. Черепанова, В. Н. Шарапов

Представлено академиком В.В. Реввердатто 09.12.2003 г.

Поступило 15.12.2003 г.

В базитовых магматических телах, охлаждающихся с высокой скоростью (лавовые потоки, субвулканические интрузивы и т.п.), характерно присутствие в зонах закалки каплевидных обособлений сульфидов, самородного железа и газовых пузырьков, которые встречаются также и в виде включений в кристаллах [1, 2]. По разрезу относительно мощных трапповых силлов фиксируется довольно сложная картина распределения этих элементов структуры и текстуры изверженных пород [2]. По схеме формирования сульфидных магматических ликвационных месторождений предполагается существование двух этапов охлаждения интрузивных тел: 1) образование пород контактовой группы, в которых нет сегрегирования жидких фракций и газовой фазы, 2) проявление гравитационной дифференциации рудных капель после замедления движения фронта солидуса [2, 3]. Динамика сопряженного перемещения указанных фазовых фронтов у верхнего контакта магматических тел пока не имеет количественного описания [3]. Поэтому нами в качестве первого шага в разработке полной модели в приближении Стефана рассмотрена одномерная динамика кристаллизации, ликвирования и кипения гомогенного расплава после или в процессе заполнения магматической камеры. Это позволяет наиболее просто оценить порядки скоростей перемещения нескольких фазовых фронтов и получить представление об их соотношениях в реальных интрузивных телах.

Постановка задачи. Пусть система состоит из полубесконечного массива вмещающих пород с температурой ниже температуры кристаллизации T_c и располагающегося под ним гомо-

генного квазибинарного расплава с температурой T_0 , состав которого соответствует области расщепления исходной гомогенной жидкости, при снижении ее температуры до некоторого равновесного значения на бинадальной кривой диаграммы состояния T_{sep}^* (рис. 1). В результате последующего непрерывного охлаждения при достижении критического пересыщения исходная гомогенная жидкость ликвирует на две жидкие фазы. Первая из них (матричная), имеющая исходный состав C_{10} , количественно преобладает, в ней однородно распределяются зародыши второй жидкой фазы, состав которой C_{20} . Температура затвердевания первой жидкости выше, чем у второй. В зависимости от плотности второй жидкой фазы ее каплевидные обособления в зависимости от величины разности плотностей жидких фаз будут либо оседать в глубь магматического тела, либо подниматься вверх к фронту кристаллизации первой (матричной) жидкости [4, 5]. Соответственно, эти капли будут расти, попадая в более холодную, а значит имеющую большее пересыщение, область

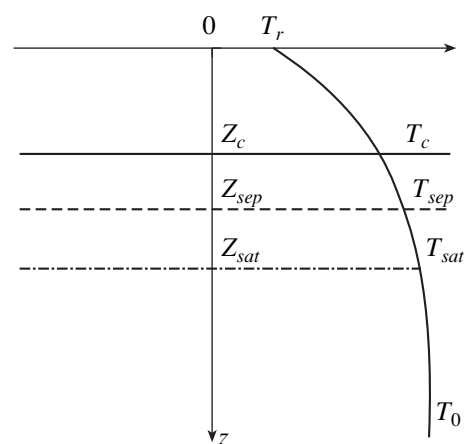


Рис. 1. Схема затвердевания полуограниченного массива магмы ($Z_{sep} > 0$) с областями ликвации ($Z_{sep} - Z_c$) и кипения ($Z_{sat} - Z_c$) расплава.

Институт теоретической и прикладной механики
Сибирского отделения Российской Академии наук,
Новосибирск

Институт геологии
Сибирского отделения Российской Академии наук,
Новосибирск

расплава, или, в противном случае, растворяться, если $T_0 > T_{sep}$. Динамика насыщения расплава в этой области нами не обсуждается. Захват такой капли фронтом затвердевания магмы зависит от нескольких условий: 1) от соотношения скоростей движения капли и фронта; 2) от гидрофильности или гидрофобности жидких фракций и твердой фазы. Помимо этого, расплав содержит растворенный газ. Если концентрация растворенного летучего в процессе диффузии и охлаждения достигает значения насыщения, то в расплаве начинают формироваться газовые пузырьки. Такие пузырьки под действием силы Архимеда поднимаются вверх к фронту кристаллизации и захватываются им.

Уравнения тепло- и массопереноса и краевые условия. Выберем систему декартовых координат с осью z , направленной вниз (в глубь массива), и началом отсчета, лежащим на поверхности контакта вмещающей породы с расплавом (рис. 1). Примем, что теплофизические параметры среды постоянны и равны их средним значениям в интервале изменения температуры. С учетом принятых допущений уравнения тепло- и массопереноса и краевые условия имеют вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_s \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad 0 < z < Z_c(t); \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_l \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad Z_c(t) < z < \infty; \quad (2)$$

$$T|_{z=0} = T_r, \quad T|_{t=0} = T_0, \quad T|_{z \rightarrow \infty} \rightarrow T_0; \quad (3)$$

$$\lambda_s \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_c} - \lambda_l \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z_c} = \kappa \rho_s \frac{dZ_c}{dt}, \quad T|_{z_c} = T_c, \quad (4)$$

где a , λ – температуропроводность и теплопроводность соответственно; T_r – температура вмещающей породы; T_0 – исходная температура расплава; κ – теплота кристаллизации; ρ – плотность; Z_c – граница фронта кристаллизации первой жидкости (при температуре кристаллизации T_c); индексами s , l обозначены величины, относящиеся к твердой и жидкой фазам соответственно.

В случае присутствия в магме растворенного летучего компонента соотношения (1)–(4) дополняются уравнением его диффузии в расплаве

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}, \quad Z_c(t) < z < \infty; \quad (5)$$

$$C|_{z \rightarrow \infty} = C_0; \quad D \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=Z_c} = -C(1-k) \frac{dZ_c}{dt}, \quad (6)$$

где C – концентрация растворенного летучего; C_0 – исходное значение концентрации летучего в

расплаве; D – коэффициент диффузии; k – коэффициент распределения. Массопереносом в затвердевшей породе ввиду малости коэффициента диффузии пренебрегаем.

Условия образования и захвата включений фронтом кристаллизации. Для количественного описания кинетики зарождения частиц второй жидкости воспользуемся флуктуационной моделью, сформулированной нами ранее в работе [6], согласно которой критический радиус каплеобразного зародыша R_0 дисперсного обособления определяется по формуле Томсона [7]

$$R_0 = \frac{2\sigma_{L_1L_2} V_m C_1^*}{k_B T \Delta C_{\max}} \quad \text{при} \quad \frac{\Delta C_{\max}}{C_1^*} \ll 1, \quad (7)$$

где $\sigma_{L_1L_2}$ – поверхностное натяжение на границе раздела двух жидкостей; V_m – молярный объем вещества зародыша; $\Delta C_{\max} = C_1 - C_1^*$ – максимальное пересыщение, C_1^* – равновесная концентрация растворенного вещества матричной жидкости; k_B – постоянная Больцмана.

Определив радиус зародыша, мы можем в соответствии с соотношением плотностей двух жидкостей определить, будет ли образовавшийся зародыш всплывать вверх к фронту затвердевания или же оседать. В первом случае зародыш за счет дальнейшего охлаждения (и, соответственно, увеличения пересыщения) может расти. Однако оценки показывают, что в данной задаче диффузионные процессы протекают намного медленнее тепловых ($Le = D_2/a_l \ll 1$), что приводит к тому, что радиус зародыша остается практически неизменным к тому моменту, когда он оказывается вблизи фронта затвердевания матричной жидкости. В этой ситуации дальнейшее взаимодействие частицы и плоского фронта будет определяться условием смачивания. Если капля второй фазы смачивает кристалл, то выполняется условие [8, 9]

$$\Delta\sigma = \sigma_{s_1L_2} - (\sigma_{s_1L_1} + \sigma_{L_1L_2}) < 0, \quad (8)$$

где $\sigma_{s_1L_2}$, $\sigma_{s_1L_1}$, $\sigma_{L_1L_2}$ – коэффициенты поверхностного натяжения на границах раздела твердое 1–жидкость 2, твердое 1–жидкость 1 и жидкость 1–жидкость 2 соответственно. Это значит, что фронт захватывает частицу. В случае несмачивания $\Delta\sigma > 0$ дальнейшее движение капли зависит от того, достаточно ли быстро продвигается фронт затвердевания, чтобы преодолеть “расклинивающее” давление, действующее на каплю на границе между ней и фронтом [8–10]. Чтобы оценить эту критическую скорость, мы используем подход, изложенный в [9], основанный на соотношении сил тяжести, Архимеда, Стокса и силы “рас-

клинивающего” давления, действующих на частицу. В данном случае сила Стокса возникает при движении капли, отталкиваемой фронтом. В результате с учетом поправок [8, 9], связанных с малым расстоянием между твердой фазой и каплей, мы получаем формулу, определяющую критическую скорость фронта кристаллизации, необходимую для захвата частицы,

$$v_{cr} = \frac{1}{2\mu_1} \frac{d_{min}}{R_0^2} \frac{\mu_1 + \mu_2}{2\mu_1 + 3\mu_2} \times \left[\frac{2\Delta\sigma d_{min}}{n-1} + \frac{4}{3} R_0^3 g (\rho_2 - \rho_1) \right], \quad (9)$$

где μ_i , ρ_i – динамическая вязкость и плотность первой ($i = 1$) и второй ($i = 2$) жидкостей соответственно; d_{min} – минимальная ширина зазора между фронтом и частицей ($d_{min} \ll R_0$); g – ускорение свободного падения, n – положительное число, соответствующее типу кристалла, в нашем случае $n = 2$. Таким образом, захват капли фронтом кристаллизации возможен и в том случае, когда всплывшая частица второй жидкой фазы не смачивает твердую фазу, если скорость продвижения фронта \dot{Z}_c (точка означает производную по времени t) будет превышать критическое значение, определяемое формулой (9).

Рассмотрим другой случай, когда плотность второй жидкости больше плотности первой и дисперсная частица опускается вниз. В том случае, когда ее скорость, определяемая формулой Стокса [11]

$$w = \frac{2R_0^2 g (\rho_2 - \rho_1) (\mu_1 + \mu_2)}{3\mu_1 (2\mu_1 + 3\mu_2)}, \quad (10)$$

оказывается больше скорости продвижения фронта ликвирования \dot{Z}_{sep} , существует большая вероятность “рассасывания” капли-зародыша ввиду того, что она попадает в область расплава, где уменьшается пересыщение. В противном же случае капля сохраняет свой первоначальный размер. Далее, если скорость продвижения фронта кристаллизации \dot{Z}_c будет превышать скорость движения капли w в матричной жидкости, то фронт приблизится к капле. И теперь все будет зависеть от того, выполняется ли условие смачивания (8) или нет. Если оно выполняется, то соответственно фронт захватит каплю. Если вторая жидкость не смачивает кристалл, то фронт также будет дополнительно отталкивать частицу. Поэтому для ее захвата фронтом кристаллизации необходимо, чтобы скорость его продвижения превышала критическое значение (9). Таким образом, когда плотность второй жидкой фазы больше плотности первой, захват частицы второй фазы фронтом кристалли-

зации первой фазы возможен при достижении скоростью фронта кристаллизации значений, определяемых выражениями (10) (в случае смачивания) или (9) (в случае несмачивания).

Рассмотрим условия образования газовых включений в изверженных породах [12]. По мере протекания описанного выше процесса диффузии и ввиду малой растворимости летучего в твердой фазе ($k \ll 1$) его концентрация в жидкости может достигнуть равновесного значения насыщения. В этом случае в расплаве сформируется газовый пузырек, радиус которого определяется соотношением

$$r_0 = \frac{2\sigma}{\Delta P}, \quad (11)$$

где σ – поверхностное натяжение между газом и жидкостью, $\Delta P = P_g - P$, где P – литостатическое давление на глубине образования пузырька, P_g – давление летучего в пузырьке.

Образовавшийся газовый пузырек всплывает вверх к фронту кристаллизации под действием выталкивающей силы, где увеличивается в размерах из-за снижения давления и увеличения питания в области более насыщенного расплава. Скорость всплывания может быть оценена по формуле (11). В данном случае формула записана для критического радиуса пузырька, что позволяет оценить нижнюю границу скорости всплывания

$$w_g = \frac{r_0^2 g (\rho_1 - \rho_g)}{3\mu_1}, \quad (12)$$

где ρ_g – плотность флюида. После достижения пузырьком фронта затвердевания, при высокой смачиваемости фронта, он будет захватываться последним, образуя в затвердевшей породе газовую пористость. Отметим, что при захвате жидких включений твердой фазой определяющую роль играет скорость фронта кристаллизации.

Автомодельное решение уравнений теплопереноса. Задача (1)–(4) имеет автомодельное решение вида $T = T(\xi)$, где $\xi = z/\sqrt{a_l t}$. При этом функция $T(\xi)$ определяется уравнениями

$$T'' + \frac{a_l \xi}{a_s 2} T' = 0, \quad 0 < \xi < \xi_c; \quad (13)$$

$$T'' + \frac{\xi}{2} T' = 0, \quad \xi \geq \xi_c; \quad (14)$$

$$T|_{\xi=0} = T_r, \quad T|_{\xi \rightarrow \infty} \rightarrow T_0; \quad (15)$$

$$\lambda_s T'|_{\xi_c^-} - \lambda_l T'|_{\xi_c^+} = \frac{a_l}{2} \kappa \rho_s \xi_c, \quad T|_{\xi_c} = T_c, \quad (16)$$

где штрих означает производную по ξ ; ξ_c – константа, характеризующая закон движения фронта кристаллизации

$$Z_c = \xi_c \sqrt{a_1 t}. \quad (17)$$

Решение уравнений (13), (14) при граничных условиях (15), (16) имеет вид

$$T = A_1 \int_0^{\xi} e^{-\bar{a}_1 \xi^2 / 4} d\xi + T_r, \quad 0 \leq \xi \leq \xi_c; \quad (18)$$

$$T = A_2 \int_{\xi_c}^{\xi} e^{-\xi^2 / 4} d\xi + T_c, \quad \xi \geq \xi_c, \quad (19)$$

где $\bar{a}_1 = a_l / a_s$,

$$A_1 = \frac{T_c - T_r}{\int_0^{\xi_c} e^{-\bar{a}_1 \xi^2 / 4} d\xi}, \quad A_2 = \frac{T_0 - T_c}{\int_{\xi_c}^{\infty} e^{-\xi^2 / 4} d\xi}.$$

Величина ξ_c определяется из решения уравнения

$$A_1 e^{-\bar{a}_1 \xi_c^2 / 4} - \frac{\lambda_l}{\lambda_s} A_2 e^{-\xi_c^2 / 4} = \frac{\kappa \bar{a}_1 \xi_c}{2 c_s}. \quad (20)$$

Схема расчета следующая. Вычислив из решения уравнения (20) собственное значение ξ_c , далее определяем безразмерную координату расслоения ξ_{sep}^* из условия равенства температуры жидкой фазы равновесной температуре расслоения $T(\xi) = T_{sep}^*$. Таким образом, становятся известными законы движения фронта кристаллизации (17) и фронта расслоения $Z_{sep} = \xi_{sep} \sqrt{a_1 t}$. Соответственно скорости фронта кристаллизации и фронта расслоения будут определяться выражениями

$$\dot{Z}_c = \frac{\xi_c}{2} \sqrt{\frac{a_1}{t}}, \quad \dot{Z}_{sep} = \frac{\xi_{sep}}{2} \sqrt{\frac{a_1}{t}}. \quad (21)$$

Задав далее некоторое пересыщение ΔC_1 (или соответствующее переохлаждение ΔT), определяем величину радиуса критического зародыша R_0 по формуле (7), после чего с учетом условия смачивания (8) определяем характер взаимодействия частицы с фронтом кристаллизации и вычисляем предельные скорости (9) или (10).

Задача (5)–(6) также имеет автомодельное решение вида

$$C = C(\xi), \quad \xi = \frac{z}{\sqrt{a_1 t}}, \quad (22)$$

Функция $C(\xi)$ определяется из уравнения и краевых условий, имеющих соответственно вид

$$C'' + \frac{1}{2Le} \xi C' = 0, \quad \xi_c < \xi < \infty; \quad (23)$$

$$Le C'|_{\xi = \xi_c} = -C(1-k) \frac{\xi_c}{2}, \quad C|_{\xi \rightarrow \infty} = C_0, \quad (24)$$

где штрих означает производную по ξ ; $Le = D/a_l$ – критерий Льюиса.

Решение уравнения (23) при граничных условиях (24) имеет вид

$$C = B_1 \left(\int_{\xi_c}^{\xi} e^{-\xi^2 / 4Le} d\xi \right) + B_0, \quad (25)$$

где константы интегрирования B_0, B определяются формулами

$$B_1 = -(1-k)C_0 \times \frac{\xi_c \exp(\xi_c^2 / 4Le)}{2Le - (1-k)\xi_c \left(\sqrt{\pi Le} - \int_0^{\xi_c} \exp(-\xi^2 / 4Le) d\xi \right)}, \quad (26)$$

$$B_0 = -(2Le / (1-k)\xi_c) \exp(-\xi_c^2 / 4Le) B_1.$$

Из условия достижения концентрацией флюида равновесного значения насыщения

$$C_{sat} = K \sqrt{P_g^*} \quad (27)$$

определяется безразмерная координата образования газового пузырька ξ_{sat} или, другими словами, координата вскипания. Здесь K – константа равновесия. Согласно второму соотношению, закон движения фронта вскипания имеет вид

$$Z_{sat} = \xi_{sat} \sqrt{a_1 t}. \quad (28)$$

Скорость движения фронта вскипания определяется выражением

$$\dot{Z}_{sat} = \frac{\xi_{sat}}{2} \sqrt{\frac{a_1}{t}}. \quad (29)$$

Начальный радиус пузырька флюида и скорость его всплытия определяются соответственно формулами (11) и (12).

Обсуждение полученного результата. Поскольку нет диаграмм состояния для реальных магматических расплавов, в которых развиваются процессы ликвирования и фракционирования флюидных и твердой фаз, приложение полученного решения можно проиллюстрировать с помощью модельной диаграммы [13, 14] для квазибинарного сечения системы Fe_2SiO_4-FeS , содержащей некоторое количество растворенного “инертного” газа (например, N_2), не влияющего на фазовые равновесия при ликвировании и кристаллизации. Выполнены вычисле-

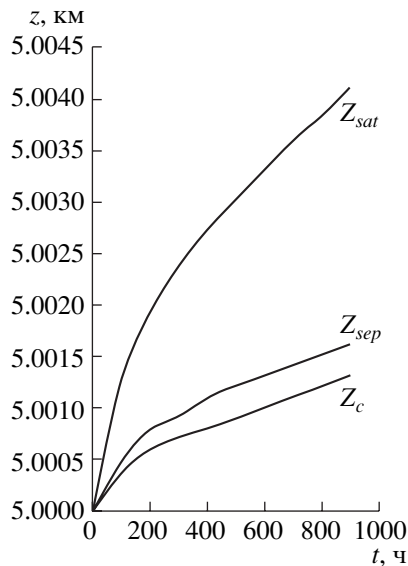


Рис. 2. Зависимость координат фронтов кристаллизации (Z_c), расслоения (Z_{sep}) и вскипания (Z_{sat}) от времени.

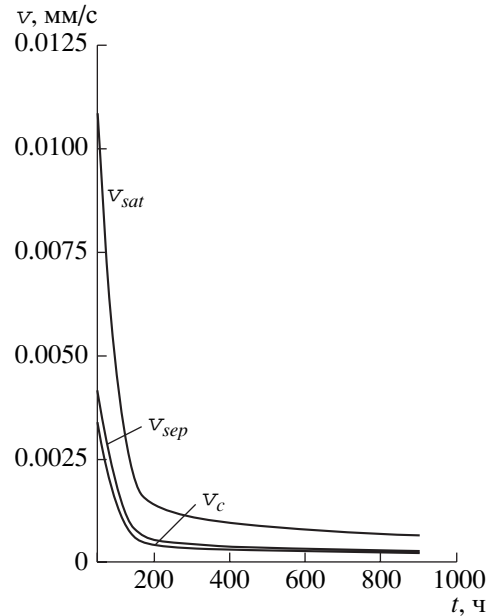


Рис. 3. Зависимость скоростей фронтов кристаллизации (v_c), расслоения (v_{sep}) и вскипания (v_{sat}) от времени.

ния при следующих значениях параметров [14, 15]: $T_0 = 2000$ К; $T_{sep}^* = 1673$ К; $T_c = 1400$ К; $T_r = 400$ К; $C_{10} = 19.2\%$; $C_{20} = 93.6\%$; $\Delta C = 1\%$, $C_0 = 0.1\%$, по массе; $\kappa = 2 \cdot 10^4$ Дж/кг; $\mu_1 = 3 \cdot 10^3$ Н · с/м²; $\mu_2 = 2 \cdot 10^3$ Н · с/м²; $\lambda_l = 1.3$ Вт/(м · К), $\lambda_s = 2.588$ Вт/(м · К); $a_l = 1.7 \cdot 10^{-7}$ м²/с, $a_s = 1.22 \cdot 10^{-7}$ м²/с; $\rho_1 = 4.2 \cdot 10^3$ кг/м³, $\rho_2 = 5.2 \cdot 10^3$ кг/м³; $D = 5 \cdot 10^{-7}$ м²/с; $K = 3.11 \cdot 10^{-4}$ %/Па; $V_m = 6.84 \cdot 10^{-29}$ м³; $\sigma_{L_1L_2} = 0.05$ Н/м; $\Delta\sigma = 0.05$ Н/м, $\sigma = 0.3$ Н/м; $d_{min} \approx 10^{-10}$ м. Результаты расчета приведены на рис. 2, 3.

Из данных рис. 2 можно оценить характер соотношений динамики фронтов: кристаллизации (Z_c), расслоения (Z_{sep}) и вскипания (Z_{sat}). Характерной особенностью рассматриваемых многофазных систем является то, что область вскипания со временем расширяется. Это означает, что со временем затвердевающая порода будет содержать большее количество газовых включений, чем в предыдущие моменты солидификации интрузивного тела. Причем в случае слияния газовых пузырьков при всплывании к фронту кристаллизации размеры включений в породе могут в несколько раз превосходить первоначальный радиус газового пузырька (11), составляющий при рассматриваемых условиях $\sim 10^{-9}$ м. Радиус критического зародыша второй жидкой фазы порядка $5.68 \cdot 10^{-9}$ м. Может оказаться, что плотность вещества дисперсной фазы меньше, чем у матричной фазы, поэтому образовавшаяся капля всплывает к фронту кристаллизации со скоростью для рассматриваемых веществ $1.76 \cdot 10^{-17}$ м/с. Точные данные о том,

смачивает вторая жидкость затвердевшую первую или нет, отсутствуют. Поэтому были рассмотрены оба варианта при условии $\Delta\sigma = 0.05$ Н/м. Как уже упоминалось ранее, в случае смачивания второй жидкой фазой затвердевшей породы фронт кристаллизации обязательно захватит жидкую частицу. В случае несмачивания определяющую роль играет величина критической скорости, вычисленная по формуле (9), которая в нашем случае составляет $2.15 \cdot 10^{-9}$ м/с. На рис. 3 приведены зависимости скорости продвижения фронтов кристаллизации (v_c), расслоения (v_{sep}) и вскипания (v_{sat}) от времени. Из анализа графиков видно, что значение скорости фронта затвердевания на начальном отрезке времени для принятой величины вязкости намного превышает значение критической скорости, учитывающее условие отталкивания капли фронтом кристаллизации.

Если учесть соотношения вязкостей базитовых и сульфидных расплавов [14, 15], распределение температур в разрезе магматических тел после их заполнения [1], то условие о растворении опускающихся рудных капель в реальных системах, о котором говорилось выше, может быть снято. Существенно то, что после образования оторочки контактовых пород, возникающих при относительно высоких скоростях затвердевания [1], в реальных интрузивных телах у фронта солидуса из-за различной растворимости летучих поменяется состав и количество включений как газовой, так и жидкой фаз.

З а к л ю ч е н и е. В магматических расплавах, при охлаждении которых развивается неустойчивость и ретроградное кипение, в разные моменты затвердевания у верхнего контакта магматических тел проявляется сложная динамика фазовых фронтов: 1) в начальный отрезок времени при относительно высоких скоростях движения фронта солидуса можно ожидать образование полного спектра гетерофазных включений в кристаллах изверженной породы; 2) изменение состава включений за счет гравитационного сегрегирования газовой и “рудной” жидкой фракций может начаться после достижения фронтом затвердевания “достаточного” замедления и снижения перед ним градиента температуры [1]; 3) количественное соотношение фаз, попадающих в виде включений в минералы изверженной породы, существенно зависит от характера смачивания поверхности растущих кристаллов.

Авторы признательны В.Т. Борисову, С.З. Смирнову, В.В. Рябову за конструктивное обсуждение вопросов формирования гетерофазных включений в минералах изверженных пород при гетерогенизации базитового расплава.

Работа выполнена при поддержке Президиума СО РАН (КП № 64).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шаранов В.Н., Акимцев В.А., Доровский А.Н. и др. Динамика развития рудно-магматических систем зон спрединга. Новосибирск: НИЦ СО РАН, 2000. 405 с.
2. Рябов В.В., Шевко А.Я., Гора М.П. Магматические образования Норильского района. Новосибирск: Нонпарель, 2000. 401 с.
3. Naldrett A.J., Duke J.M., Ligfoot P.C., Thompson J.F.H. // *SIM Bull.* 1984. V. 77. № 864. P. 46–56.
4. Френкель М.Я. Тепловая и химическая динамика дифференциации базитовых магм. М.: Наука, 1995. 135 с.
5. Шаранов В.Н., Киргинцев А.Н., Милова Л.В. // *Геология и геофизика.* 1993. Т. 34. № 3. С. 57–80.
6. Черепанова В.К., Черепанов А.Н., Шаранов В.Н. // *Физ. мезомеханика.* 1999. Т. 2. № 5. С. 99–103.
7. Лившиц Е.М., Пятаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 527 С.
8. Uhlmann D.R., Chalmers B., Jackson K.A. // *J. Appl. Phys.* 1964. V. 35. № 10. P. 2986–2993.
9. Oprea Fl., Agop M., Carcea I. et al. // *Metalurgia.* 1996. V. 1. № 1. P. 29–34.
10. Чернов А.А., Темкин Д.Е., Мельникова А.М. // *Кристаллография.* 1976. В. 4. С. 652–660.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
12. Черепанов А.Н., Шаранов В.Н., Милова Л.В. // *ДАН.* 1981. Т. 260. № 1. С. 186–190.
13. Минералы / Под ред. Ф.В. Чухрова. М.: Наука, 1974. Т. 2. 415 с.
14. Schlackenatlas (slag atlas). Dordrecht: Verlag stahleisen M.V.H., 1981. 109 s.
15. Персиков Э.С. Вязкость магматических расплавов. М.: Наука, 1984. 199 с.