Т.Д. Гутман

ОЦЕНКА «ТИПИЧНОСТИ» СВОЙСТВ СТРУКТУР НА ПЛОСКИХ СЕЙСМОГРАММАХ

Обозначение 1. N — натуральный ряд чисел. Пусть Q — множество, M — множество множеств. Тогда W(M) — объединение элементов M, $|Q|$ — число элементов в Q.

Аксиома компактности. Пусть $M \subset R^2$, $Q = \{R_i\}_{i \in 1,k}$, $k \in N$ — разбиение для M. Тогда если для каждой $T \in M$ выполняется: ближайшая к T точка из M принадлежит тому же элементу из Q, что и T, то Q удовлетворяет аксиоме компактности.

Определение 1. Пусть J — множество индексов, $n \geq 3$, $H = \{(x(i),\ y(i))\}_{i \in 1,n}$ — множество на плоскости, причем для $i_1, i_2 \in J$ $y(i_1) \geq y(i_2)$ тогда и только тогда, когда $x(i_1) \geq x(i_2)$ или $x(i_1) \leq x(i_2)$. Тогда H — монотонное множество (сокращенно, ММ).

В [Гутман, 2002, п. 8] сформулированы математические модели типичных для образов надвигов на плоских сейсмограммах (сокращенно, ПС), проявлений монотонности надвигов и получены оценки их достоверности в терминах цензов. Для ПС актуальна модель, в которой: 1) допускается пересечение горизонтальных проекций (сокращенно, ГП) надвигов и их «ветвление»; 2) надвиги проявляются в соответствии с аксиомой компактности. Фиксируем модель md однородного случайного распределения точек из конечного множества M на прямоугольнике; количество n всех максимальных ММ на M и их мощности $\{m_i\}_{i \in 1,n}$. Тогда ценз P выполнения условий 1–2 на ПС C (то есть вероятность их выполнения для случайной ПС, распределенной по модели md и составленной из элементов тех же типов, представленных в тех же количествах, что и для C) получим с учетом того, что с вероятностью 1 разбиение по аксиоме компактности определено однозначно: $P = 2 / О_{i \in 1,n}\ 1/m_i!$ [Гутман, 2003].

Вычисление цензов типизации элементов из M относительно разбиения Ra множества M (например, разбиения множества дислокаций (или тегов) на ПС по предполагаемым надвигам) проводим при конкурирующей гипотезе Г: при заданных количествах n_i элементов M каждого типа i из набора J, типизация элементов из M случайна, причем для каждой пары (g,i), где $g \in M$, $i \in J$, вероятность, что g имеет тип i, не зависит от того, какому элементу из Ra принадлежит g. Сформулируем гипотезу Г и характерные для линейных сред модели типизаций (гипотезы $Г_1$ и $Г_2$).

Пусть $k \geq 2$, H — набор из k конечных не пересекающихся попарно множеств: $H = \{M_i\}_{i \in 1,k}$; $n_i = |M_i|$. Гипотеза Г: f — случайное отображение Ω(H) (см. обозначение 1) на {1, 2, ..., d}, где $d \geq 2$; $(m_i)_{i \in 1,k}$ — вектор, где m_i, $n_i \in N$, $m_i \leq n_i$. Условие $У_1(f)$: есть $V_1 \subset \Omega(H)$ такое, что для всех $i \in 1,k$ $[(|\{f(T): T \in V_1 \cap M_i\}| = 1)$ и $(|M_i \setminus (V_1 \cap M_i)| \leq m_i)]$. Условие $У_2(f)$: есть $V_2 \subset \Omega(H)$ такое, что $[(|f^{-1}(j) \cap V_2)| = 1$ для всех $j \in 1,d)$ и $(|M_i \setminus (V_2 \cap M_i)| \leq m_i$ для всех $i \in 1,k)]$. В этих терминах, гипотеза $Г_1$ (гипотеза $Г_2$): есть закономерность, определившая выполнение условия $У_1$ (условия $У_2$). Ценз $Г_1$ ($Г_2$) — вероятность P_1 (P_2) выполнения для f условия $У_i$ (условия $У_2$) при конкурирующей гипотезе Г. Оценим P_1 и P_2.

Обозначим через w(У) совокупность элементов из множества D, удовлетворяющих условию У. Тогда $P_i = |w(У_i)| / |D|$ для $i \in 1,2$. Введем вспомогательный алгоритм B.

Блок 1. Выделяем $V \subset \Omega(H)$ такое, что для всех $i \in 1,k$ $(|\{f(T) : T \in V \cap M_i\}| = 1)\ U\ (|M_i \setminus (V \cap M_i)| = m_i)]$. Это можно сделать единственным способом в силу неразличимости точек в каждом из M_i. Блок 2. Каждому M_i ставим в соответствие какой-либо элемент из натурального отрезка J = [1:d]. Это можно сделать ${C_{d+k-1}}^k$ способами (по распределению Бозе – Эйнштейна [Ширяев, 1989]. Блок 3. Отображаем $\Omega(H) \setminus V$ в J. Это можно сделать ${C_{d+s-1}}^s$ способами, где $s = |\Omega(H) \setminus V| = S_{i \in 1,k}\ m_i$.

Пусть D — множество всевозможных реализаций алгоритма B. Тогда, $|w(У_1)|$ не больше числа удовлетворяющих условию $У_1$ реализаций алгоритма B, равного произведению количеств реализаций блоков алгоритма B. Значит, $|w(У_1)| \leq {C_{d+k-1}}^k, {C_{d+s-1}}^s$, где $s = \Sigma_{i \in 1,k}\ m_i$ [Ширяев, 1989]. Аналогично, $|w(У_2)| \leq C_{d+k-1}{C_{k+s-1}}^s$; $|D| = {C_{v+d-1}}^v$, где $v = \Sigma_{i \in 1,k}\ n_i$.

Определение 2. Пусть C — ПС с квазигоризонтальными горизонтами (сокращенно, ГПС), P — набор соседних горизонтов на C, $|P| \geq 3$, L — кривая на C, пересекающая ровно по одному разу средние линии каждого горизонта из P, причем в точках, лежащих на каких-либо тегах. Тогда L — гребешок. Если, кроме того, для любого тега t, пересекающего L, ближайший к t тег тоже пересекает L, то L — компактный гребешок.

Пусть множество тегов на ГПС C, содержащей k горизонтов, разбивается на n компактных гребешков. Возможны два типа проявления такой особенности: 1) ГП гребешков попарно не пересекаются (событие 1) и (или) 2) все гребешки — монотонные множества (событие 2). Оценим цензы P_1, P_2 и P_3 событий 1, 2 и их пересечения (события 3) при конкурирующей гипотезе, что теги распределены на C случайно и независимо от их типов, с учетом возможности ветвления надвигов.

Модель события 1. $k, j \in N$. Точки из множеств $M_1, M_2, ..., M_g$, где $|M_1| = ... = |M_g| = k$, распределены на отрезке числовой оси случайным образом равномерно. P_1 — вероятность, что набор $H = \{h_i\}_{i \in 1,kg}$, полученный путем нумерации точек из $\cup_{i \in 1,g} M_i$ в порядке возрастания их координат, удовлетворяет условию: для всех $j \in 1,k$ выполняется: в набор точек $H_j = \{h_i\}_{i \in jg+1, jg+g}$ входит ровно одна точка из каждого M_i для $i \in 1,g$. Пусть N_1 и N — число благоприятных (то есть удовлетворяющих рассматриваемому условию) и число всевозможных порядков следования точек из $\cup_{i \in 1,g} M_i$ на числовой оси. Тогда $N_1 = 1$, $N = (gk)! / (g!)^k$, $P_1 = N_1 / N = (g!)^k / (gk)!$.

Модель события 2. $g \in N$. Точки из множеств $M_1, M_2, .., M_g$, где $|M_1| = |M_2| = ... = |M_g|$, распределены на прямоугольнике случайно, независимо и равномерно. P_2 — вероятность, что есть разбиение Ra множества $\cup_{i \in 1,g} M_i$ на монотонные множества (возможно, «ветвящиеся»): $Ra = \{G_j\}$, такое, что $|G_j| \geq 3$, и ломаные, соединяющие соседние точки множеств G_j при нумерации их слева направо, не пересекаются попарно. $P_2 = N_1 / N$ (во введенных выше обозначениях), где $N_1 \leq [(g!)^k] (g - 3 + 1)^k$, $N = (gk)!$.

Модель события 3. Точки из множеств $M_1, M_2, ..., M_g$, где $|M_1| = |M_2| = ... = |M_g|$, $g \geq 2$, распределены на отрезке числовой оси случайно, независимо и равномерно. P_3 — вероятность, что: 1) Для набора $H = \{h_i\}_{i \in 1,kg}$, полученного нумерацией точек из $\cup_{i \in 1,g} M_i$ в порядке возрастания, выполняется: для всех $j \in 1,k$ набор точек $H_j = \{h_i\}_{i \in jg+1, jg+g}$ содержит ровно одну точку из каждого M_i для $i \in 1,g$; 2) каждый набор H_j для $j \in 1,k$ — монотонное множество. По теореме Байеса, $P_3 = [(g!)^k / (gk)^k] (g!)^k = 1 / (gk)^k$.

Литература:

Гутман Т.Д. Сегментация сейсмограмм «время – плотность» по критерию правдоподобия / ИМ с ВЦ УНЦ РАН. Уфа, 2002. 50 с. Деп. в ВИНИТИ. 20.02.02. № 392–И2002.

Гутман Т.Д. Приемы системного анализа при стохастическом моделировании кусочно однородных «в целом» сред / ИМ с ВЦ УНЦ РАН. Уфа, 2003. 83 с. Деп. в ВИНИТИ. 26.12.03. № 2286–В2003.

Ширяев А. Н. Вероятность. М.: Наука. 1989. 638 с.