УДК 551.24.02

ГЕОДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ (ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КАЧЕСТВЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ)

Борис Тимофеевич Мазуров
Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, доктор технических наук, профессор кафедры физической геодезии и дистанционного зондирования, тел. (383)343-29-11, e-mail: btmazurov@mail.ru

Общепризнана важная роль геодезических методов наблюдений в решении сложнейшей задачи исследований геодинамических объектов различных масштабов. Геодезические данные и их последующий статистический анализ в совокупности с геофизическими наблюдениями позволяет выполнять математическое моделирование и идентификацию напряженно-деформированного состояния геодинамических систем в аспекте прогноза природных и техногенных катастроф. Данные об изменении координат точек земной поверхности являются экспериментальной основой понимания деформационных полей и причин происходящих в них изменений. Природные процессы преимущественно являются нелинейными. Нелинейные процессы присутствуют при движениях тектонических блоков, и, в частности, при разнонаправленном движении соседних блоков, когда возникает опасность сейсмического события – землетрясения. Для исследования нелинейных процессов должна быть выбрана соответствующая математическая основа. Здесь описаны некоторые теоретические основы качественного исследования горизонтальных движений земной поверхности как одного из приложений качественной теории дифференциальных уравнений. Приведены примеры интегральных кривых, которые могут быть качественными характеристиками геодинамических систем. Во многих случаях подобные траектории соответствуют горизонтальным движениям земной поверхности.

Ключевые слова: геодинамические системы, горизонтальные движения, качественное исследование, дифференциальные уравнения.

GEODYNAMIC SYSTEMS (THEORETICAL FOUNDATIONS OF QUALITATIVE RESEARCH HORIZONTAL MOVEMENTS)

Boris T. Mazurov
Siberian State University of Geosystems and Technologies, 630108, Russia, Novosibirsk, 10 Plakhotnogo St., D. Sc., Professor, Department Physical Geodesy and Remote Sensing, tel. (383)343-29-11, e-mail: btmazurov@mail.ru

It is widely recognized the important role of the geodetic observing techniques in solving complex problems of research of geodynamic objects of different scales. Geodetic data and their subsequent statistical analysis in combination with geophysical observations allows to perform mathematical modeling and identification of the stress-deformed state of geodynamic systems in the aspect of prediction of natural and man-made disasters. Data on changes of coordinates of ground points are the experimental basis for the understanding of the strain fields and the causes of their variation. Natural processes are mostly nonlinear, Nonlinear processes are present when movements of tectonic blocks. And, in particular, with differently directed movement of the adjacent blocks, when there is a risk of seismic events – earthquakes. For studies of nonlinear processes should be selected appropriate mathematical basis. Here are some of the theoretical foundations of qualitative research horizontal movements of the earth's surface as one of the applications of the qualitative theory of differential equations. Examples of integral curves which can be qualitative characteristics of geodynamic systems. In many cases, these trajectories correspond to the horizontal movements of the earth's surface.

Key words: geodynamic systems, horizontal movements, qualitative research, differential equations.

В настоящее время непрерывные и повторные геодезические измерения проводятся на территории многих стран и регионов. Появляется все больше исследований, посвященных наблюдениям и анализу горизонтальных движений и деформаций природных геодинамических систем глобального, регионального [1–7] и локального масштабов [8, 9]. К локальным геодинамическим системам относятся также объекты недропользования, инженерные сооружения. Геодезические исследования таких систем [10–14] имеют свои особенности, являющиеся следствиями особого пространственно-временного масштаба изменения деформационных полей.

Но, несмотря на многочисленные работы и исследования, посвященные изучению движений земной поверхности по данным GPS-наблюдений, горизонтальные движения земной коры на сегодняшний день остаются менее изученными, чем вертикальные. Степень изученности горизонтальных движений проявляется, в частности, в том, что при наличии значительных объемов результатов геодезических измерений анализ многих из них выполняется в сжатом малоинформативном виде или с помощью методов, аналогичных тем, которые применяют для интерпретации вертикальных движений.

Однако характер горизонтальных смещений земной коры принципиально отличается от характера вертикальных смещений, поэтому и подходы к их изучению должны быть различными. Одним из примеров характерных горизонтальных движений земной поверхности являются вращательные движения. В последнее время получило развитие направление в тектонике и геодинамике, названное «вихревой геодинамикой» [15]. Некоторые примеры распределений векторов горизонтальных смещений земной коры, полученных по геодезическим измерениям на некоторых геодинамических полигонах (ГДП) Евразии и указывающих на вращательный характер земной поверхности, даны в [16, 17]. Природные процессы имеют нелинейный характер. Нелинейные процессы присутствуют при движениях тектонических блоков, и, в частности, при разнонаправленном движении соседних блоков, когда возникает опасность сейсмического события – землетрясения [5]. Геодезические данные и их последующий статистический анализ в совокупности с геофизическими наблюдениями позволяет выполнять математическое моделирование и идентификацию напряженно-деформированного состояния геодинамических систем в аспекте прогноза природных и техногенных катастроф [18–20].

Здесь описаны теоретические основы некоторых возможностей использования дифференциальных уравнений для качественного оценивания природных процессов, проявляющихся в виде сложных картин горизонтальных движений земной поверхности. Имеется объективная потребность использования методов и приемов качественного исследования динамических систем и одновременно естественность использования этой теории при рассмотрении математических моделей реальных систем, в том числе геодинамических.

Одним из основных математических понятий является дифференциальное уравнение. Дифференциальное уравнение – способ нахождения функций, производные которых соответствуют некоторым наперед заданным условиям. Исследование какого-либо реального, природного в том числе, явления или процесса может иметь одним из результатов дифференциальную модель этого явления или процесса. Конечно же, дифференциальные модели являются частным случаем множества моделей, которые могут быть построены при изучении окружающего мира. Существуют различные типы дифференциальных моделей. Для таких уравнений особенностью является то, что неизвестные функции в этих уравнениях зависят только от одной переменной.

Здесь рассматриваются вопросы приложения обыкновенных дифференциальных уравнений к интерпретации пространственно-временных рядов геодезических наблюдений. Следовательно, в процессе построения обыкновенных дифференциальных моделей для геодинамических исследований геодезическими методами важно учитывать законы, объясняющие геодинамические процессы и явления и даже гипотезы, как элементы развития науки. И, если результаты исследования полученного дифференциального уравнения как математической модели согласуются с опытными данными, то это весомый аргумент правильности (адекватности) проверяемой гипотезы.

Осложняет процесс исследования большая сложность решения дифференциальных уравнений в замкнутой форме – аналитической формулы, использующей конечное число простейших операций над элементарными функциями. Примером таких решений являются, например, законы Кеплера движения планет. Основываясь на законе всемирного тяготения, все три закона Кеплера получаются как решения дифференциальных уравнений. Другой пример касается получения уравнения упругой линии, используемой для определения максимального прогиба, например балки конструкции мостов.

Если для представления решений дифференциальных уравнений использовать бесконечные ряды того или иного вида, выявить наиболее существенные и интересные свойства решений очень затруднительно. Необходимы приемы и методы, которые позволяли бы, не решая самих дифференциальных уравнений, получать необходимые сведения о тех или иных свойствах решений. Такие методы существуют – они составляют содержание качественной теории дифференциальных уравнений [21–25]. В ее основе лежат общие теоремы о существовании и единственности решений, о непрерывной зависимости решений от начальных данных и параметров.

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2x}{dt^2} = f(x, \frac{dx}{dt}). \qquad (1)$$

Пусть динамическая система состоит из частицы единичной массы, которая движется по оси x (рис. 1) и на которую действует сила $f(x, \frac{dx}{dt})$. Тогда уравнение движения частицы может быть описано нелинейным дифференциальным уравнением (1). Значениям x и $\frac{dx}{dt}$, в любой момент времени характеризующим состояние системы, соответствует точка на плоскости $(x, \frac{dx}{dt})$ (рис. 2).

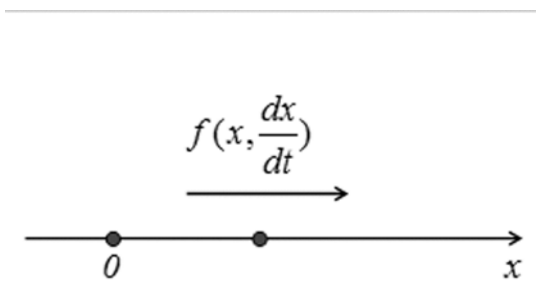


Рис. 1. Движение частицы по оси x

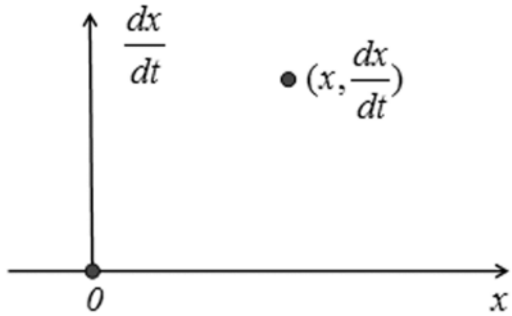


Рис. 2. Точка на фазовой плоскости

Данная плоскость называется плоскостью состояний или фазовой плоскостью. Плоскость является изображением совокупности всех возможных состояний динамической системы. Различные точки (изображающие) фазовой плоскости отражают каждое новое состояние системы. Траектория изображающей точки называется фазовой траекторией, а скорость этой точки – фазовой скоростью.

После введения переменной $y = \frac{dx}{dt}$ уравнение (1) сводится к системе двух дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = y; \quad \frac{dy}{dt} = f(x, y). \tag{2}$$

Для этой системы некоторую кривую (фазовую траекторию) представляют пара функций $x(t)$ и $y(t)$, которые являются ее решением. Из многих качеств, присущим подобным системам, выделим случай, когда траектория вырождается в точку. В данном случае используется термин «особая точка». Если особая точка не устойчива, применяют понятие «точка бифуркации». Теория бифуркаций направлена на объяснение целого ряда нелинейных эффектов в реальных системах. Это может быть перенесено на исследование геодинамических систем как поиск возможного предвестника (места) резкого изменения состояния (землетрясение, оползни и др.).

В продолжение знакомства с математическими основами качественного исследования геодинамических систем рассмотрим автономную динамическую систему на плоскости. Многие задачи механики и физики при естественных упрощающих предположениях приводят к рассмотрению одного дифференциального уравнения второго порядка

$$\ddot{x} - f(x, \dot{x}, t) = 0. \tag{3}$$

В элементах формулы (3) точки над символами обозначают скорость (одна точка) и ускорение (две точки). Вводится новое обозначение $\dot{x} = y$. Соответственно, $\ddot{x} = \dot{y}$. И уравнение (3) тогда запишется в виде системы двух дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = y; \qquad \dot{y} = f(x, y, t). \tag{4}$$

Представление (3) в виде (4) является значительно удобнее для выполнения исследования динамических систем на плоскости, в том числе для исследования геодинамических систем на плоскости, а конкретно – на плоскости конформной проекции некоторого участка поверхности Земли. В РФ наиболее распространена система зон проекции Гаусса – Крюгера. И очень многие геодинамические объекты регионального и локального масштаба имеют соответствующее координатное обеспечение геодезических пунктов при исследовании горизонтальных движений земной поверхности.

Более общий вид системы двух дифференциальных уравнений для решения задач написания уравнений движения следующий:

$$\dot{x} = P(x, y, t); \qquad \dot{y} = Q(x, y, t). \tag{5}$$

Также интересен для практических приложений случай, если исключить в (5) из списка переменных t

$$\dot{x} = N(x, y); \qquad \dot{y} = M(x, y). \tag{6}$$

Система (6) является автономной динамической системой второго порядка. Она определяет векторное поле и имеет также название «динамическая система на плоскости». И вопрос в том, как найти решение динамической системы.

Если математической моделью реальной физической системы является динамическая система вида (6), то с помощью этой системы возможно проследить изменение состояний рассматриваемой реальной системы при изменении времени t. Задание начальных значений x_0, y_0, t_0 однозначно определяет решение для всех значений t – описывает «прошлое» и «будущее» (экстраполяция, прогноз). Для этого нужно найти решение (проинтегрировать) (6). В большинстве случаев выразить решение системы (6) через элементарные функции или через интегралы от элементарных функций возможно лишь в случае частных типов этой системы. Например, в случае линейных систем. Но не каждая физическая система может быть хотя бы приближенно описана линейной системой. Это относится к природным и природно-техническим системам в большинстве случаев, в том числе, к геодинамическим системам различных пространственно-временных масштабов.

В случае же нелинейных систем к вопросу нахождения решения можно подойти так: отказаться от отыскания аналитических выражений для решений и, задавая с той или иной степенью точности некоторые начальные значения, приближенно вычислять решения на заданном промежутке значений. При наличии современных информационных технологий такое приближенное вычисление решений для некоторых задач может дать в некоторых случаях необходимый ответ.

Важно также понимать, что для многих задач иногда представляет интерес не аналитический вид решения и не приближенное вычисление решений, а учет состояния равновесия у конкретной динамической системы, и насколько оно устойчиво.

В [21] приведены примеры качественного исследования динамической системы, которые могут быть перенесены на исследование геодинамических систем, например горизонтальных движений земной поверхности, техногенных объектов.

Пример 1.

$$\frac{dx}{dt} = 1; \qquad \frac{dy}{dt} = 0.$$

Траектории – прямые, параллельные оси x

$$y = c_1; \qquad x = t + c_2.$$

Пример 2.

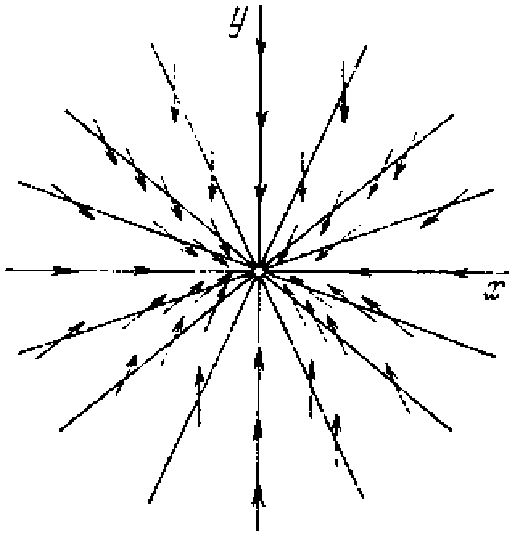
$$\frac{dx}{dt} = ax; \quad \frac{dy}{dt} = by. \tag{7}$$

При этом a и b одного знака.

На фазовой плоскости системы (7) создается векторное поле (рис. 3а, 3б).

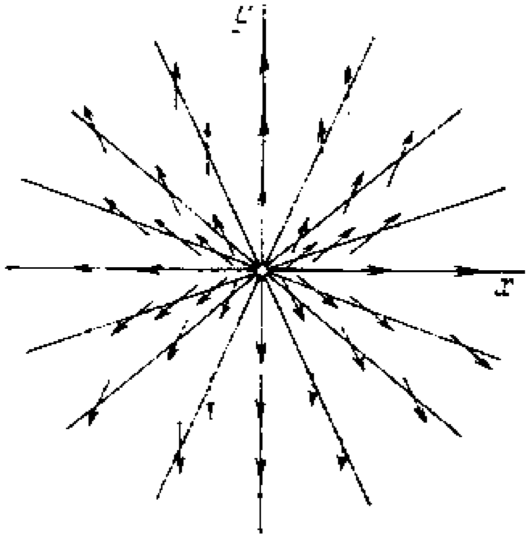
Решение системы (7) для начальных значений t_0, x_0, y_0 имеет вид

$$x = x_0 e^{a(t-t_0)}, \qquad y = y_0 e^{b(t-t_0)}. \tag{8}$$



а

Рис. 3а. $a < 0, b < 0$



б

Рис. 3б. $a > 0, b > 0$

Отмечаем, что аргументом уравнений системы (8) является $t - t_0$, и в приложении к геодинамическим системам это есть интервал времени.

Если исключить $t - t_0$ в (8), траектории системы (7) возможно получить, переходя к декартовым координатам. Траектории будут представлять собой семейство парабол

$$y = y_0 \frac{x^{b/a}}{x_0^{b/a}}.$$

Для случая, когда полагаем $x_0 \neq 0$ и $c = \frac{y_0}{x_0^{b/a}}$, получаются параболы $y = cx^{b/a}$ (рис. 4) и система (7) записывается в виде одного уравнения

$$\frac{dx}{dy} = \frac{ax}{by}.$$

Интегральными кривыми системы (7) в пространстве (x, y, t) могут быть не только параболы, например:

1) ось t, т. е. $x = 0$, $y = 0$ (эти уравнения получаются из уравнений (8) при $x_0 = y_0 = 0$);

2) показательные кривые

$$x = x_0 e^{a(t - t_0)}; \qquad y = 0;$$

3) показательные кривые

$$x = 0; \qquad y = y_0 e^{b(t-t_0)}.$$

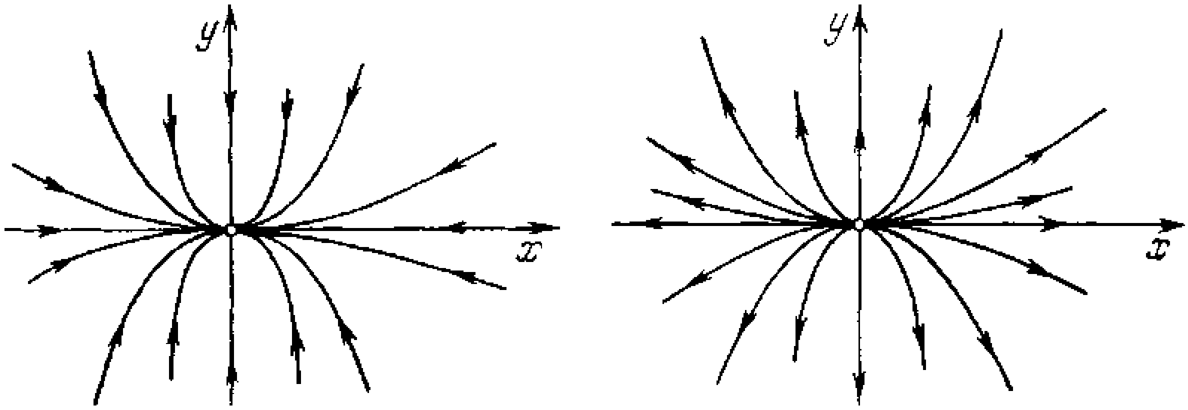


Рис. 4. Семейство траекторий дифференциальных уравнений (7)

Для дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = -x; \qquad \frac{dy}{dt} = y \tag{9}$$

и при начальных значениях t_0, x_0, y_0 решение системы (9) имеет вид

$$x = x_0 e^{-(t-t_0)}; \qquad y = y_0 e^{(t-t_0)}.$$

Система имеет аналитический интеграл $xy = C$, которому соответствуют интегральные кривые в виде гипербол. Они иллюстрируют векторные поля (рис. 5), семейство траекторий (рис. 6).

Приведенные выше примеры интегральных кривых могут быть качественными характеристиками геодинамических систем. Во многих случаях подобные траектории соответствуют горизонтальным движениям земной поверхности, в том числе косейсмическим, в местах активных тектонических разломов, сочленений блоков земной коры. Именно эти места наиболее вероятны в аспекте возникновения сейсмических событий – землетрясений, например. Современные геодезические методы координатизации предоставляют данные, анализ которых может быть использован для качественного оценивания геодинамических систем локального и регионального масштабов.

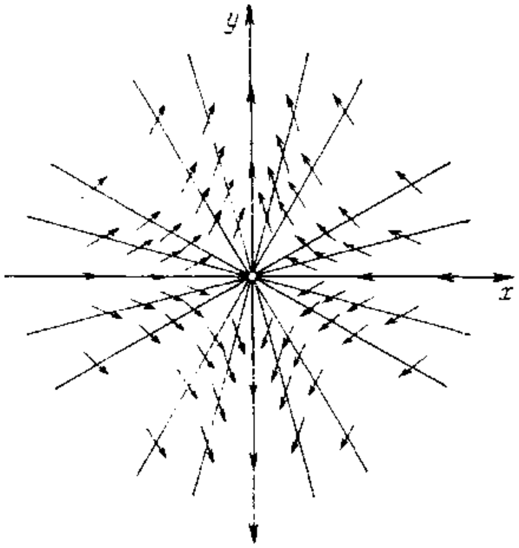


Рис. 5. Векторное поле

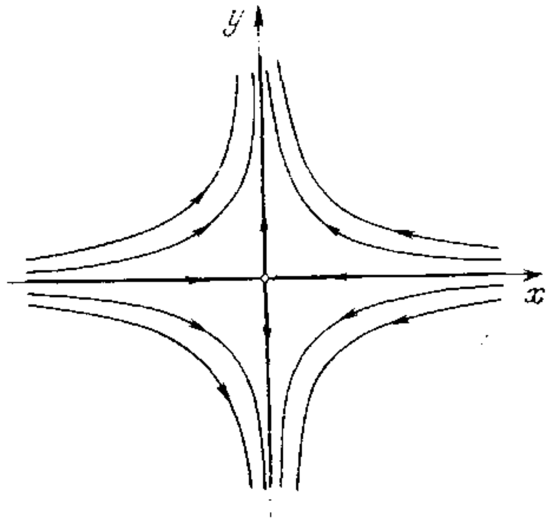


Рис. 6. Траектории

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Басманов А. В. Геодезический мониторинг Байкальского геодинамического полигона Росреестра // Вестник СГУГиТ. – 2015. – Вып. 2 (30). – С. 48–54.

2. Современная геодинамика Дальнего Востока по результатам геофизических и геодинамических измерений / В. Ю. Тимофеев, Д. Г. Ардюков, В. М. Соловьев, С. В. Шибаев, А. Ф. Петров, П. Ю. Горнов, Н. В. Шестаков // Вестник СГГА. – 2012. – Вып. 3 (19). – С. 30–36.

3. Хамедов В. А., Мазуров Б. Т. Разработка методических вопросов создания системы спутникового мониторинга состояния лесных экосистем в условиях воздействия нефтегазового комплекса территории Западной Сибири // Вестник СГУГиТ. – 2015. – Вып. 3 (31). – С. 16–31.

4. Дударев В. И., Колмогоров В. Г. Состояние проблемы комплексного изучения современной геодинамики Сибири в конце двадцатого столетия // Вестник СГГА. – 2014. – Вып. 4 (28). – С. 3–12.

5. Мазуров Б. Т. Поля деформаций Горного Алтая перед Чуйским землетрясением // Геодезия и картография. – 2007. – № 3. – С. 48–50.

6. Илюхин С. Р., Шестопалов В. Я. Исследование геодинамики региона Крым-Западный Кавказ методами GPS-измерений // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2007. – № 3. – С. 9–16.

7. Вращение и деформации земной поверхности в Байкало-Монгольском регионе по данным GPS-измерений / А. В. Лухнев, А. И. Саньков, А. И. Мирошниченко, С. В. Ашурков, Э. Калле // Геология и геофизика. – 2010. – № 7. – С. 1006–1009.

8. Мазуров Б. Т. Аппроксимация гравитационного влияния локального рельефа с использованием некоторых аналитических моделей и метода конечных элементов // Вестник СГУГиТ. – 2015. – Вып. 3 (31). – С. 5–15.

9. Мазуров Б. Т. Модель системы наблюдений за вертикальными движениями земной поверхности и изменениями гравитационного поля в районе действующего вулкана / Б. Т. Мазуров // Изв. вузов. Горный журнал. – 2007. – № 3. – С. 93–102.

10. Никонов А. В. Особенности применения современных геодезических приборов при наблюдении за осадками и деформациями зданий и сооружений объектов энергетики // Вестник СГГА. – 2013. – Вып. 4 (24). – С. 12–18.

11. Дорогова И. Е. Изучение движений и деформаций земной коры на геодинамическом полигоне Таштагольского железорудного месторождения // Вестник СГГА. – 2010. – Вып. 2 (23). – С. 9–12.

12. Мазуров Б. Т., Панжин А.А., Силаева А. А. Организация системы наблюдений за сдвижениями на Коркинском техногенном полигоне // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2015. – № 5/С. – С. 29–33.

13. Панжин А. А., Мазуров Б. Т., Силаева А. А. Визуализация характеристик деформационных полей по данным геодезических наблюдений // Проблемы недропользования. – 2015. – № 3. – С. 13–18.

14. Мазуров Б. Т., Николаева О. Н., Ромашова Л. А. Интегральные экологические карты как инструмент исследования динами ки экологической обстановки промышленного центра // Геодезия и аэрофотосъемка. – 2012. – № 2/1. – С. 88–91.

15. Викулин А. В. Физика волнового сейсмического процесса. – Петропавловск-Камчатский: Изд-во КГПУ, 2003. – 150 с.

16. Мазуров Б. Т., Дорогова И. Е., Дербенев К. В. Горизонтальные движения земной коры вращательного характера, наблюдаемые на геодинамических полигонах // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2012. VIII Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 3 т. (Новосибирск, 10–20 апреля 2012 г.). – Новосибирск : СГГА, 2012. Т. 1. – С. 232–236.

17. Мазуров Б. Т. Некоторые примеры определения вращательного характера движений земных блоков по геодезическим данным // Геодезия и картография. – 2010. – № 10. – С. 58–61.

18. Мазуров Б. Т., Панкрушин В. К., Середович В. А. Математическое моделирование и идентификация напряженно-деформированного состояния геодинамических систем в аспекте прогноза природных и техногенных катастроф // Вестник СГГА. – 2004. – Вып. 9. – С. 30–35.

19. Мазуров Б. Т. Совместная математическая обработка и интерпретация нивелирных и гравиметрических наблюдений за вертикальными движениями земной поверхности и изменениями гравитационного поля в районе действующего вулкана // Изв. вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2007. – № 4. – С. 11–21.

20. Мазуров Б. Т. Моделирование и идентификация геодинамического объекта в вулканической области по комплексным нивелирным и гравиметрическим наблюдениям // Вестник СГГА. – 2006. – Вып. 11. – С. 84–94.

21. Баутин Н. Н., Леонтович Е. А. Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости. – М. : Наука, 1990. – 486 с.

22. Derrick W. R., Grossman S. I. Elementary differential equations with applications. – 2-nd. ed. – Reading. Mass.: Addison-Wesley, 1981. – 532 p.

23. Differential equation models / Ed.: Braun M. – New York etc.: Springer, 1983. – 380 p.

24. Simmons G. F. Differential equations with applications and historical notes. – New York, N.Y.: McGraw-Hill Book Co., 1972. – 465 p.

25. Spiegel M. R. Applied differential equatons. – Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1981. – 654 p.

Получено 01.02.2016