

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ МИКРОСЕЙСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В АНИЗОТРОПНЫХ ГОРНЫХ ПОРОДАХ

*Антон Витальевич Азаров*

Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный проспект, 54, аспирант, тел. (383)335-96-42, e-mail: antonazv@mail.ru

*Александр Сергеевич Сердюков*

Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный проспект, 54, кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник, тел. (383)335-96-42, e-mail: aleksanderserdyukov@ya.ru

В работе рассматривается задача моделирования микросейсмического излучения от источников точечного типа в анизотропных горных породах. В качестве примера рассматривается анизотропия, связанная с трещиноватостью горных пород. Для описания распространения упругих волн в таких породах предлагается использовать систему уравнений упругости для трансверсально-изотропных сред. Также в работе описана схема получения формул компонент тензора сейсмического момента описывающего точечные источники в случае трансверсально-изотропной среды с горизонтальной осью симметрии. Приведены численные результаты моделирования упругих волн для трехмерной неоднородной модели среды с анизотропным слоем.

**Ключевые слова:** уравнения упругости, упругие волны, микросейсмический источник, анизотропия горных пород, численное моделирование.

## SIMULATION OF MICRO-SEISMICITY OF POINT SOURCES OF RADIATION IN ANISOTROPIC ROCKS

*Anton V. Azarov*

Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, 630091, Russia, Novosibirsk, 54 Krasny prospect, Postgraduate student, tel. (383)335-96-42, e-mail: antonazv@mail.ru

*Alexander S. Serdyukov*

Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, 630091, Russia, Novosibirsk, 54 Krasny prospect, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Junior Researcher, tel. (383)335-96-42, e-mail: aleksanderserdyukov@ya.ru

In the article we study the problem of modelling of microseismic propagation from the point sources in anisotropic rock mass. As an example, we study the anisotropy which appears due to rock mass fracturing. To describe the elastic waves' propagation in the rock mass we suggest using the system of elastic equations for transversely isotropic mediums. Also, scheme of obtaining seismic moment tensor component describing point sources in the case of a transversely isotropic medium with the horizontal axis of symmetry is given in the article. The numerical results of the elastic waves' modelling for three-dimensional inhomogeneous medium model with an anisotropic layer are presented in the work.

**Key words:** elastic equation, elastic waves, microseismic source, rock anisotropy, numerical modeling.

Использование простых моделей вмещающих сред является одним из недостатков современных алгоритмов обработки данных микросейсмического мониторинга. По причине того, что горные породы обладают анизотропией, то учет данного свойства может повысить точность определения параметров сейсмических источников.

Известно, что порода в угольных пластах содержит множество трещин. При этом размеры данных неоднородностей много меньше длин волн, соответствующих регистрируемому частотному диапазону. При разработке угольных пластов типична ситуация наличия системы трещин вертикального падения, ориентированных вдоль простирания пластов. Не ограничивая общности, рассмотрим систему трещин, параллельных плоскости (y; z) в декартовой системе координат x, y, z (где z – глубина). Процесс распространения сейсмических волн в такой ситуации хорошо описывается в рамках модели эффективной трансверсально-изотропной модели (ТИ) [1], параметры которой зависят от объемной плотности трещин и инвариантны относительно поворота вокруг оси x (ось симметрии ТИ). Закон Гука в матричной форме в такой среде имеет вид:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{13} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{33} & C_{33} - 2C_{44} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{33} - 2C_{44} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (1)$$

где  $\sigma_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$  - компоненты тензоров напряжений и деформаций, а ненулевые компоненты матрицы жесткости могут быть выражены через параметры Томсона, широко используемые для описания упругих свойств трансверсально-изотропных сред:

$$\begin{aligned} C_{33} &= \rho V p^2 (2\varepsilon + 1); & C_{44} &= \rho V s^2 (2\gamma + 1); & C_{66} &= \rho V s^2; & C_{11} &= \rho V p^2; \\ C_{13} &= \rho (\sqrt{(V p^2 - V s^2)((2\delta + 1)V p^2 - V s^2)} - V s^2); \end{aligned} \quad (2)$$

Для построения зависимости элементов матрицы жесткости  $C_{ij}$  трансверсально-изотропной среды (1) от объемной плотности трещин можно использовать дифференциального приближения А.С.Вавакина и Р.Л.Салганика [2]. Учет трещиноватой структуры породы производится внесением поправок в тензор податливости  $S = C^{-1}$ . Предполагается, что влияние трещин проявляется только в компонентах тензора податливости, связывающих нормальные напряжения и деформации, направленные перпендикулярно трещинам, а также касательные напряжения и деформации в их плоскости. Для рассматриваемой задачи это предположение формально записывается следующим образом:

$$S_{11}^{eff} = S_{11} \cdot Q(\rho_{fr}), \quad S_{55}^{eff} = S_{55} \cdot P(\rho_{fr}), \quad S_{66}^{eff} = S_{66} \cdot P(\rho_{fr}) \quad (3)$$

где  $S_{ij}^{eff}$ ,  $S_{ij}$  - соответственно, компоненты тензора податливости эффективной модели и вмещающей среды,  $Q$  и  $P$  - поправочные коэффициенты, задаваемые системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{dQ}{dw} = \frac{8\sqrt{2}}{3} \sqrt{B(Q-v^2)}, \quad \frac{dP}{dw} = \frac{16}{3} \frac{P\sqrt{B(1-v^2)}}{\sqrt{2}(1+v)P + \sqrt{BP(1-v^2)}}, \quad (4)$$

$$B = (P-v)(1-v)\sqrt{(Q-v^2)(1-v^2)}, \quad Q(0) = 1, \quad P(0) = 1,$$

где  $\nu$  - коэффициент Пуассона вмещающей сред,  $w$  - переменная, изменяющаяся в пределах от нуля до заданного значения объемной плотности трещин  $\rho_{fr}$ .

Для создания эффективной модели трещиноватой среды необходимо построить решение системы (4) при  $w = \rho_{fr}$ . В промежуточных точках  $w \in [0, \rho_{fr}]$  оно соответствует моделям с плотностью трещин равной  $w$ . Это означает, что поправочные коэффициенты, компоненты матрицы жесткости  $C_{ij}$  и параметры анизотропии могут быть вычислены, как функции плотности трещин путем решения системы (4).

Микросейсмические источники любой природы проще всего описывать как разрывы поля смещений в сплошной упругой среде [3]. Рассмотрим разрыв поля смещений  $[\mathbf{u}]$  вдоль поверхности  $\Sigma$  с нормалью  $\nu$ , расположенной в области  $\mathbf{D}$ , заполненной упругой средой с тензором жесткости  $c_{ijpq}$ . Компоненты поля смещений в точке  $\mathbf{x}$  области  $\mathbf{D}$  дается формулой:

$$u_n(\mathbf{x}, t) = \iint_{\Sigma} u_i \nu_j c_{ijpq} * \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{np} d\Sigma_{\xi}, \quad (5)$$

где  $G_{np}$  компоненты тензора Грина.

Полю смещений, определяемому (5), соответствует набор моментов сил:

$$M_{pq} = u_i \nu_j c_{ijpq} d\Sigma \quad (6)$$

Заметим, что формулы (5)-(6) не предполагают изотропности среды. В частности они остаются справедливыми и в случае трансверсально-изотропной среды, в которой закон Гука имеет вид (1). Компоненты тензора жесткости  $c_{ijpq}$  преобразуются в элементы матрицы жесткости  $C_{kl}$  путем замены пар индексов  $(i, j) \rightarrow k$ ,  $(p, q) \rightarrow l$  по формуле:

$$k = i\delta_{ij} + (9-i-j)(1-\delta_{ij}), \quad l = p\delta_{pq} + (9-p-q)(1-\delta_{pq}), \quad (7)$$

где  $\delta_{ij}$  - символ Кронекера.

В случае трансверсально-изотропной среды с горизонтальной осью симметрии осью симметрии, используя формулы (5), (6), (7) получаем следующие

выражения для ненулевых компонент тензора жесткости с использованием параметров Томпсона [1]:

$$\begin{aligned}
 c_{1111} &= \rho V p^2, & c_{2222} &= c_{3333} = \rho V p^2 (2\varepsilon + 1), \\
 c_{2233} &= c_{3322} = \rho V p^2 (2\varepsilon + 1) - 2\rho V s^2 (2\gamma + 1), \\
 c_{1122} &= c_{1133} = c_{3311} = c_{2211} = (\sqrt{(V p^2 - V s^2)((2\delta + 1)V p^2 - V s^2)} - V s^2), \\
 c_{2323} &= c_{3223} = c_{3232} = c_{2332} = \rho V s^2 (2\gamma + 1), \\
 c_{2112} &= c_{2121} = c_{1221} = c_{1212} = c_{1331} = c_{1313} = c_{3113} = c_{3131} = \rho V s^2.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Для получения моментов эквивалентных пар сил для микросейсмических источников в трансверсально-изотропной среде необходимо подставить выражения в выражения (5), (6).

В качестве примера, рассмотрим модель точечного источника типа трещина отрыва. Этот источник может подходить для описания сейсмической эмиссии, связанной с фильтрационными процессами. Пусть подвижка при трещине отрыва проходит в направлении нормали к поверхности отрыва. Углы  $\phi, \delta, \lambda$  определяющие ориентацию плоскости разрыва и направление вектора смещения показаны на рис. 1.

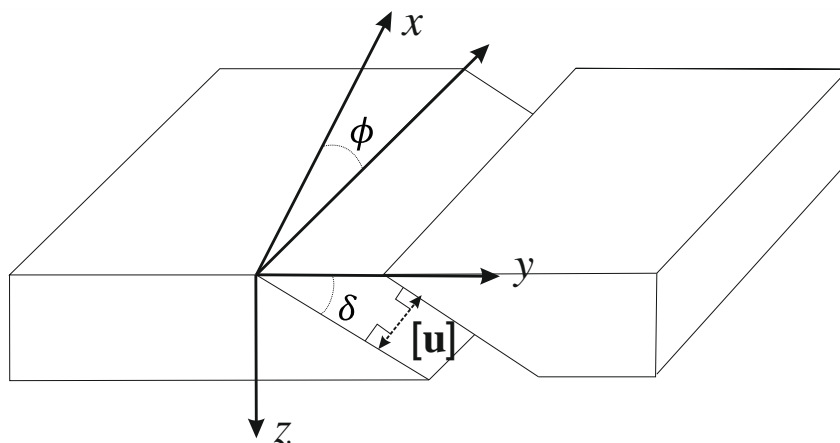


Рис. 1. Источник типа трещина отрыва

Компоненты вектора нормали  $\nu$  к поверхности разрыва и вектора смещения  $[u]$ , определяются для рассматриваемого типа источника по формулам:

$$\begin{aligned}
 [u_1] &= -u \sin \delta \sin \phi, & [u_2] &= u \sin \delta \cos \phi, & [u_3] &= -u \cos \delta, \\
 \nu_1 &= -\sin \delta \sin \phi, & \nu_2 &= \sin \delta \cos \phi, & \nu_3 &= -\cos \delta,
 \end{aligned} \tag{7}$$

где, индекс 1 соответствует оси  $x$ , 2 –  $y$ , 3 –  $z$ , а  $u$  есть модуль вектора смещения. Подставляя (7) в (6), для трансверсально-изотропной среды получаем:

$$M_{11} = uAC_{11} \sin^2 \delta \sin^2 \phi + uAC_{13} \sin^2 \delta \cos^2 \phi c_{2211} + uAC_{13} \cos^2 \delta$$

$$M_{12} = -uAC_{66} \sin^2 \delta \sin 2\phi = M_{12}$$

$$M_{13} = uAC_{66} \sin 2\delta \sin \phi = M_{31}$$

$$M_{22} = uAC_{13} \sin^2 \delta \sin^2 \phi + uAC_{33} \sin^2 \delta \cos^2 \phi + uA(C_{33} - 2C_{44}) \cos^2 \delta$$

$$M_{23} = -uAC_{44} \sin 2\delta \cos \phi = M_{32}$$

$$M_{33} = uAC_{13} \sin^2 \delta \sin^2 \phi + uA(C_{33} - 2C_{44}) \sin^2 \delta \cos^2 \phi + uAC_{33} \cos^2 \delta$$

где  $A$  есть площадь поверхности разрыва  $d\Sigma$ , а  $u$  модуль вектора разрыва смещений, а элементы. По аналогии выводятся компонент тензора сейсмического для чистого сдвига, но из-за громоздкости здесь не приводятся.

Далее в работе проводилось моделирование волновых полей от точечных источников расположенных в анизотропных горных породах. Для численных расчетов использовалась трехмерная скоростная модель среды изображенная на рис. 2а). Анизотропия вводилась только в слое, выделенного на рис. 2а) черным цветом.

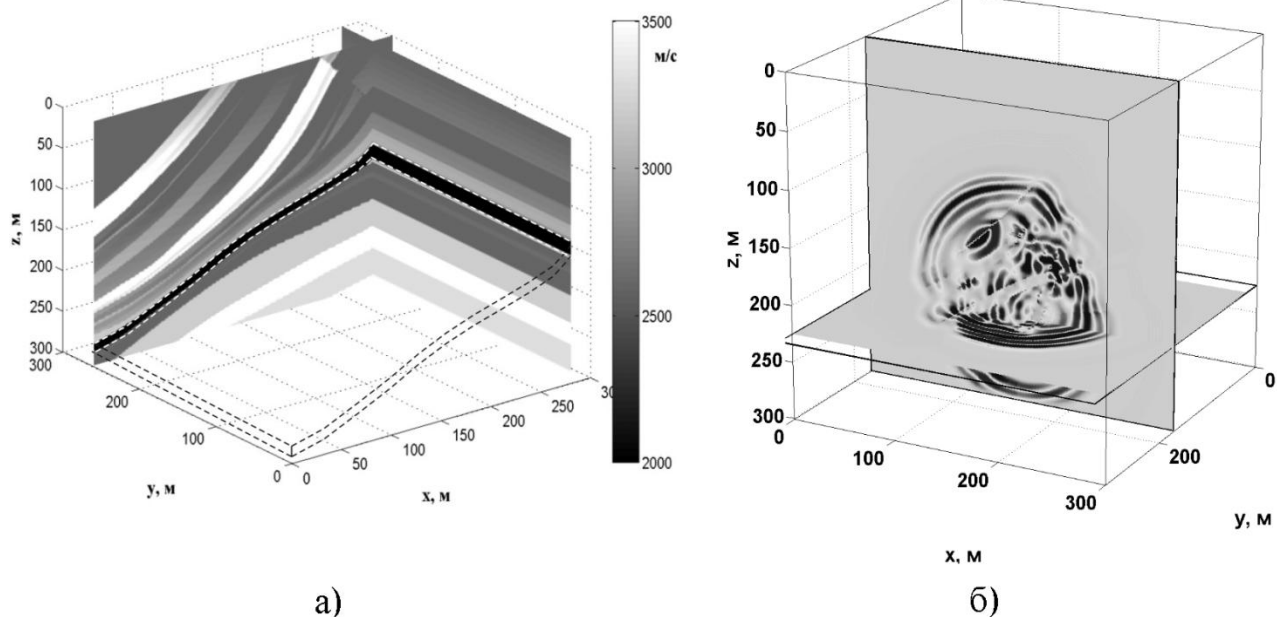


Рис. 2. а) скоростная модель среды;  
б) снимок волнового поля в момент времени  $t=0.045 \text{ с}$

Решения уравнений упругости проводилось конечно-разностным методом, используя схему Вирье на сдвинутых сетках[4]. За основу при моделировании был взят программный пакет Sophi3d[5]. В качестве примера, на рис. 2б) приводится снимок волнового поля, от источника сдвигового типа, который был расположен в анизотропном слое в момент времени 0.045 секунд.

## Выводы.

Предложена схема моделирования сейсмических полей от точечных источников в анизотропных горных породах. Выведены формулы компонент тензора сейсмического момента, в случае трансверсально-изотропной среды. Проведено численное моделирование сейсмических полей от точечных источников в трехмерной неоднородной среде с анизотропным слоем. Полученные результаты могут быть использованы для построения синтетических сейсмограмм.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-35-00513 мол\_а.*

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Thomsen L. Weak elastic anisotropy // Geophysics. – Т.51. - № 10. – С. 1954-1966.
2. Салганик А.С., Вавакин Р.Л. Эффективные упругие характеристики тел с изолированными трещинами, полостями и жесткими неоднородностями // Известия АН СССР, Механика твердого тела. – 1978. – С. 95-107.
3. Аки К., Ричардсон П. Количественная сейсмология. Теория и методы: в 2-х томах. – М., 1983.
4. Virieux J. P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method // Geophysics. – 1986. – Т. 51. – №. 4. – С. 889-901.
5. Bohlen T. Parallel 3-D Viscoelastic finite difference seismic modelling // Computers & Geosciences. – 2002. – Т. 28. – №. 8. – С. 887-899.

© А. В. Азаров, А. С. Сердюков, 2016