

ГЕОЛОГИЯ

УДК 550.34.01

В. Н. Деч, В. А. Глебовицкий

**РИТМИЧНАЯ РАССЛОЕННОСТЬ
БАЗИТ-УЛЬТРАБАЗИТОВЫХ ИНТРУЗИЙ
КАК ОТРАЖЕНИЕ ДИССИПАТИВНЫХ СТРУКТУР
(на примере Бушвельдского плутона)**

Введение. Вопросы о возникновении и развитии хаотического и упорядоченного чередования слоев разного минерального состава в разрезах контрастно-расслоенных базит-ультрабазитовых интрузий, являясь исключительно важными для понимания особенностей формирования магматических тел, до сих пор не имеют ответа. К привлекательным, но не полностью испытанным подходам к их решению относится синтез идей и методов как термодинамики необратимых процессов [1–3], так и синергетики, изучающей явления самоорганизации различной природы [4, 5]. Полученные на его основе результаты, относящиеся, в частности, к исследованию кристаллообразования, свидетельствуют, что огромное число молекул вещества хаотической динамики на границе кристалл–раствор испытывает спонтанную упорядоченность. Эта пограничная область находится вдали от состояния равновесия. Энергия, возникающая в ней благодаря градиентам температуры и концентрации компонентов вещества, образует некую структуру, наделенную собственными свойствами. Вещество утрачивает однородность и тем самым симметрию. Говоря иначе, динамическая система, под которой подразумевают объект любой природы, состояние которого изменяется во времени в соответствии с некоторой динамической закономерностью, т.е. в результате действия детерминированного оператора эволюции [6], функционируя в режиме самоорганизации, порождает в материнском веществе макроскопическую область, связываемую с рождением «нового типа динамического состояния материи», названного «диссипативной структурой» (ДС) [1, 3, 6, 7]. ДС, отвечая детерминированной нелинейной динамике развития процесса, приобретает, как правило, стохастические черты. Парадокс в словосочетании «диссипативная структура» подчеркивает, что, несмотря на диссипацию энергии, находящиеся в коллективном и когерентном движении молекулы, атомы или их специализированные группы композиционно самоорганизуются, создавая упорядоченную пространственно-временную структуру. В таких случаях говорят, что реализуется процесс самоорганизации, процесс возникновения «порядка из хаоса» [3].

ДС, как явление самоорганизации, сопряженное с потерей устойчивости состояния системы, возникает во многих физических, химических, биологических процессах, протекающих в открытых системах, особенностью которых является обмен веществ и энергии с окружающей средой. Примером могут служить явления Лоренца, Бенара, турбулентности, реакции Белоусова–Жебатинского, горения вещества и др. [6, 8, 9]. В этой связи заметим, что особенностью вариации минерального состава слоев (пород), чередующихся в разрезе контрастно-расслоенной базит-ультрабазитовой интрузии, морфологически схожи с чертами

ДС. Особое значение в этом случае приобретают повторяющиеся в разрезе (в том числе и многократно) самоподобные композиции, называемые ритмами или циклами. Масштабы длительности их развития разнообразны, как, впрочем, и периоды их повторений (между схожими ритмами). Самоподобные композиции, фиксируемые в разрезах, позволяют предположить, что на определенных этапах эволюции магмы появлялась область, отвечающая ДС. Иначе говоря, в магматической камере, в области кристаллизации расплава, рождалось переходное вещество с физико-химическими свойствами, закономерно организованными во времени и пространстве. Подобное структурирование расплава вблизи ликвидуса подтверждается экспериментальными исследованиями Безмена [10]. Подтверждением формирования ДС служат результаты изучения неравновесных процессов в кристаллохимии [7]. Согласно им, между твердым и жидким состояниями кристалла при его росте возникает принципиально иная макроскопическая зона (слой), состояние которой отвечает взаимосогласованному (когерентному) взаимодействию совокупности частиц вещества, подчиняющемуся режиму сложного стохастического развития с образованием упорядоченных структур. Тонкие эксперименты по рассеянию лазерного луча в данном слое позволили установить, что его температуропроводность на порядки (!) ниже, чем раствора. Факт существенного изменения температуропроводности (а это значит, изменение вязкости вещества, его плотности и др.) связывается с течением процессов вдали от состояния равновесия, т.е. с рождением неравновесных, в частности нелинейных, процессов, в которых причина, ускользающая по своей малости, вызывает значительное, иногда экстремальное следствие, например возникновение слоев с высокой концентрацией темноцветных минералов (вплоть до рудоносных слоев), которые, чередуясь со слоями «обычного» состава, обуславливают контрастную расслоенность.

Цель работы – конкретизация возможных сценариев появления и становления ДС в магме базит-ультрабазитового состава на основе математических представлений и моделей синергетики. В синергетике математическое моделирование самоорганизующихся систем, возникающих при потере устойчивости и скачкообразно переходящих в новое состояние устойчивого равновесия, разрабатывается давно и успешно [4, 5, 11].

В геологии на протяжении более полувека пытаются разработать математическую модель остывания магматического вещества, выражаемую в терминах корректной системы управляющих уравнений, замкнутых граничными и начальными условиями. Этот путь отражен в работах большого числа исследователей ([12, 13] и цитируемая в них литература). Однако, при всей своей необходимости, он, к сожалению, не принес сколько-либо впечатляющих геологических результатов. Это и понятно, – объект крайне сложный, причем требования геологии, являясь прагматическими, ставят кардинальный вопрос: почему и как заполняющая камеру гомогенная магма, превращаясь в твердое вещество определенного фациального типа (ритмичного расслоения), локализует слои или зоны, содержащие, в частности, рудогенные минералы?

Причин того, что поставленные вопросы остаются без ответа, много. Главная из них – попытка при моделировании оценить и учесть сразу (одномоментно) большое число факторов, обуславливающих наблюдаемую упорядоченность (в частности, ритмичность, цикличность). Часто они являются предположительными, порой умозрительными. Попытка учета многих факторов ведет к усложнению системы уравнений, отвечающей модели управления кристаллизацией. Она требует упрощения, линеаризации, приводящей к решениям, слабо согласующимся с прямыми петрологическими наблюдениями. Это еще раз подтверждает целесообразность использования подхода, сопряженного с анализом особенностей развития ДС, возникающей в области на границе твердого и жидкого состояний магматического вещества.

В работах, связанных с математическим моделированием динамики кристаллизации интрузии, явление ДС как бы и не исключается из рассмотрения, но, к сожалению, без нужно-

го акцента оно переводится в плоскость привычных рассуждений «разделения многокомпонентной магмы на фазовых границах», «гравитационной дифференциации ликвидусных фаз» и т.п. Следовательно, говоря о разделении минеральных компонентов вещества на фазовых границах, помимо явления переохлаждения, роль которого в образовании ритмичной расслоенности проблематична, большое значение уделяется гравитационным силам. Именно они якобы в основном ответственны за концентрацию высокоплотных частиц (молекул, сиботаксов, полимерных цепочек), определяющих меланократовые слои. Тогда как бы становится очевидным, что в базит-гипербазитах непрерывная последовательность, состоящая из меланократовых (М), лейкократовых (L) и среднего состава (N) слоев, возникающая в результате действия гравитационных сил, должна согласовываться с **необратимой** цепью, слои которой определяют ритмы типа ...MNLMNL... (в предположении, что кристаллизация происходит снизу). Однако исследования этих последовательностей слоев с помощью аппарата цепей Маркова констатируют, что цепь (однородная и эргодичная) является **обратимой**, типа ...MNLLNM..., указывая на отсутствие различия при движении процесса сверху вниз или снизу вверх [14]. Таким образом, имеются иные причины, кроме гравитационных, обуславливающие концентрацию высокоплотных частиц (зерен минералов) в слоях (породах). Поэтому важно обратить внимание на образование ДС, точнее, на главные процессы, ею управляющие. ДС свидетельствует, что темноцветные зерна минералов в меланократовых породах, отвечающих ей, не только могут концентрироваться, но, вероятно, и возникать, благодаря пока что неизвестному нам химико-физическому взаимодействию молекул гомогенного вещества, находящегося вдали от равновесия. Это и побуждает придать особое значение ДС.

В математической геологии [15] имеются примеры самоорганизующихся систем [16–19], но их изучение только начинается. О прямом синергетическом моделировании системы, порождающей ДС, которой отвечает исследуемая ритмично расслоенная базит-ультрабазитовая интрузия, вероятно, говорить пока еще рано. Однако мы убедимся, что ДС, особенность ее формирования и развития, интерпретируемые в терминах моделей синергетики, в целом раскрываются намного содержательней и яснее. И это несмотря на то, что обсуждаемые в статье модели синергетики, характеризуясь признаками общего сходства с рассматриваемым процессом, играют роль скорее всего моделей-метафор (по [20] – базовых моделей). Отметим к тому же, что, используя эти модели, мы придерживались современной концепции моделирования нелинейных процессов [20]. Следуя ей, при моделировании отказываются от одновременного учета большого числа факторов, вызывающих упорядоченность, предпочитая принцип иерархии базовых математических моделей [6, 8, 9, 20]. Цель его сводится к доведению модели исследуемого процесса до самого низкого и предельно понятного уровня, играющего ключевую роль в его эволюции, и лишь затем поднимается на более высокий уровень объяснения сложного явления.

Согласованность ряда представлений, полученных при учете синергетических моделей-метафор, с реальностью проверяется на примере анализа эмпирических рядов плотности, однозначно отражающих специфичную вариацию минерального состава слоев в разрезе интрузии Бушвельда [14, 21–23]. Выбор плотности как интегральной числовой характеристики связан с тем, что при описании разрезов расслоенных серий она адекватно отражает вариацию минерального состава пород, прежде всего соотношение плагноклаза, пироксенов, оливинов и рудных минералов.

Модель морфогенеза и брюсселятора. Одной из базовых моделей синергетики [20], описывающей возникновение и становление ДС, считается система нелинейных уравнений

$$\begin{aligned} \partial a / \partial t &= D_1 \partial^2 a / h^2 + f(a, b), \\ \partial b / \partial t &= D_2 \partial^2 b / h^2 + g(a, b). \end{aligned} \quad (1)$$

Модель была использована А. Тьюренгом при изучении морфогенеза (формообразования) [4, 8, 9]. С ее помощью также описывалась макрокинетика химических реакций, протекающих в растворе первоначально гомогенного состава, претерпевающего трансформацию с возникновением пространственных структур [8]. Поэтому, как нам представляется, модель (1) как модель-метафора объясняет важные особенности функционирования механизма, порождающего ДС, которому отвечает контрастное изменение минерального состава «слоев». В системе уравнений полагается, что за стимуляцию пространственных (по оси h) неоднородностей ответственно вещество, называемое активатором. Его концентрация в уравнении (1) обозначена a . Другое вещество – ингибитор, имеющее концентрацию b , препятствует развитию этого процесса. В модели (1) скорость изменения активатора ($\partial a/\partial t$), как видно, прямо пропорциональна слагаемому $f(a,b) = v - \mu a + \varepsilon a^2/b$. Тем самым распад активатора описывается членом μa . Влияние ингибитора на активатор задается величиной $\varepsilon a^2/b$. Вместе с тем скорость распада ингибитора прямо пропорциональна функции $g(a,b) = ca^2 - \eta b$. Следовательно, образование ингибитора происходит из-за наличия активатора, описываемого членом ca^2 , а его распад выражен слагаемым $-\eta b$; $v, \mu, \varepsilon, \eta$ – некоторые постоянные параметры, изменение значений которых принципиально меняет как ход процесса, так и конкретные свойства, состав и структуру конечного продукта. Диффузионные члены системы уравнений (1) $\partial^2 a/h^2, \partial^2 b/h^2$ с коэффициентами диффузии D_1 и D_2 учитывают изменение концентрации ингибитора и активатора.

Исследования системы (1) проводились и аналитически, и с помощью компьютерного эксперимента [20, 24]. Их результаты показывают, что взаимодействие активатора и ингибитора при определенных значениях постоянных параметров ($v, \mu, \varepsilon, \eta$) вызывает колебательную или близкую к ней вариацию концентрации этих веществ по пространственной координате (h). И это несмотря на то, что начальные значения $a_0(h)$ и $b_0(h)$ могут быть близкими к пространственно однородным, характеризуясь лишь малыми случайными возмущениями. При существенном различии коэффициентов диффузии, скажем, при $D_1 \ll D_2$, возникает вариация концентраций как активатора, так и ингибитора, квазипериодической структуры. Она охватывает характерный макроскопический масштаб по оси h . В частном, но важном случае максимумы концентрации активатора представляют собой последовательность контрастных *тычков*, ширина которых зависит от D_2 . ДС, свойственные для нелинейных систем такого типа, названы *тычковыми структурами* [8]. Они по своей морфологии развития ассоциируются с контрастными структурами расслоенных базит-ультрабазитовых интрузий. Это позволяет предположить, что первоначально однородные по концентрации активатор и ингибитор, приобретая нелинейное изменение во времени, способны управлять сосредоточением или обеднением темноцветных минералов, образующих последовательность «слоев», задающих ДС. Таким образом, модель морфогенеза (1) демонстрирует, что учет лишь простейших химических взаимодействий компонент вещества и их диффузии позволяет объяснить сложное структурообразование, не исключаящее квазипериодическое (контрастно-ритмичное) изменение минерального состава «слоев» по вертикали магматической камеры. Это не противоречит другим исследованиям. Так, в работе [25] математическая модель, объясняющая периодическое распределение концентраций группы элементов Fe, Mg, Ca, Al по вертикали разреза, базируется лишь на учете их коэффициентов диффузии.

По нашему мнению, летучие компоненты, их взаимодействие и взаимоотношения могут играть роль активатора и ингибитора в появлении ДС. Режим летучих способен обеспечить возникновение автокаталитической реакции, определяющей черты контрастного расслоения магмы, первоначальный состав которой был однородным. Эмпирические обобщения и экспериментальные сведения по флюидным включениям и составу флюидной фазы – прямых свидетелей режима летучих и их влияния на формирование минерального состава пород – приведены в [26], но их пока недостаточно для построения конкретной математической модели.

Причины контрастной расслоенности в базит-ультрабазитовой интрузии наглядно объясняет и рассмотрение модели брасселлятора, хорошо известной в синергетике [3, 6, 20]. Эта нелинейная модель, описывая непосредственно распределение в пространстве и изменение во времени концентрации компонентов, участвующих в химической реакции, отражает общие черты многих систем самоорганизации. Она также, являясь моделью-метафорой, задает сценарий, раскрываящий возникновение и развитие ДС. Класс химических реакций, соответствующих этой модели, считался очень узким. Однако анализ автокаталитических реакций с позиций термодинамики неравновесных открытых систем обнаружил, что процессы, согласующиеся с моделью брасселлятора, встречаются намного чаще [8, 27–29], чем это полагалось ранее. В частности, в работе [29] на основе модели брасселлятора характеризуются динамика детальных химических превращений в шихте доменной печи.

В химическом процессе, соответствующем модели брасселлятора, рассматривается возникновение в реакторе двух промежуточных продуктов: X и Y. Превращения в реакторе идут по следующей схеме: $A(k_{-1}) \leftrightarrow (k_1)X$; $V + X(k_{-2}) \leftrightarrow (k_2)Y + D$; $2X + Y(k_{-3}) \leftrightarrow (k_3)2X$; $X(k_{-4}) \leftrightarrow (k_4)E$. Полагается, что скорости обратных реакций ($k_{-1}, k_{-2}, k_{-3}, k_{-4}$) гораздо меньше скоростей прямых реакций (k_1, k_2, k_3, k_4). Вещества A и V, находясь в реакторе в некотором избытке ($k_{-1} = k_{-2} \approx 0$), поддерживаются на строго постоянном уровне; определенным образом из реактора удаляются вещества D и E (что эквивалентно $k_{-3} = k_{-4} \approx 0$), т.е. система является открытой. Заменяв обозначения веществ X, A и т.д. на их концентрации – X, A и т.д., принимая во внимание закон действующих масс и осуществляя переобозначения переменных, приводящих систему уравнений в частных производных к безразмерному виду, приходим к модели, называемой брасселлятором:

$$\begin{aligned} \partial a X &= A - (B + 1)X + X^2 Y + D_1 \partial^2 / \partial h^2 X, \\ \partial a Y &= BX - X^2 Y + D_2 \partial^2 / \partial h^2 Y. \end{aligned} \quad (2)$$

временной (t) осям. Запрограммированный сценарий эволюции температуры зависит от параметров σ и β . Обнаружен ряд различающихся режимов возникновения ДС, а именно: S-режим при $\beta = \sigma + 1$, HS-режим при $\beta < \sigma + 1$ и LS-режим при $\beta > \sigma + 1$. Не углубляясь в их детали, отметим, что за возникновение ДС отвечает специфика самой нелинейной модели (3), в которой скорость изменения температуры ($\partial T / \partial t$) пропорциональна самой температуре или ее степени. Указанная конструкция связи, как известно, вызывает нелинейный рост во времени переменной T либо по экспоненциальному закону (при $\beta = 1$), называемому взрывоподобным, либо по закону «режима с обострением» (при $\beta > 1$), к которому обращено внимание исследователей [8, 20, 24]. Образно говоря, температура участвует в генерации самой себя. Диффузия и нелинейная теплопроводность определяют рождение ДС с нестационарным развитием по времени и неоднородным – в пространстве. При этом возникают специфические области, в которых профиль вариации $T(h)$ по координате h ассоциируется с конфигурацией изменения плотности чередующихся слоев по вертикали разреза базит-ультрабазитового комплекса. Размер области, в зависимости от соотношений коэффициентов k_0, q_0, σ , может: а) стабилизировать S-режим, отвечающий локализации процесса на фундаментальной длине L_f ; б) занимать пространство с возрастающей скоростью за конечное время τ (HS-режим); в) локализоваться на фундаментальной длине, размер которой дополнительно зависит от начальной энергии возмущения среды $W_0 = aT_0$ (LS-режим).

Модель нелинейной теплопроводности (3) позволяет адекватно описать не только развитие процесса горения [8]. Ее семантика характерна для биологических процессов (при которых живые клетки или особи воспроизводят сами себя), а также для химических реакций автокаталитического типа (где взаимодействие молекул, участвующих в «строительстве» конечного «продукта», приводит к их же возникновению, развитию и росту). Модель-метафора (3) «подсказывает», что в зоне ДС концентрации и появление темноцветных минералов (в том числе и рудных) происходят под влиянием нелинейных процессов. Целесообразно дискретную совокупность большого числа зерен минералов (молекул, сиботаксов), составляющих вещество, заменить ее непрерывной моделью – «средой из частиц» [31] и изучать эволюцию плотности этой среды. В предположении, что генерация плотности происходит под действием процессов автокатализа, нелинейное уравнение (3), при внесении соответствующих изменений, может быть использовано при моделировании такой генерации. Тогда переменной x будет отвечать плотность ρ (коэффициент $k(T)$ примет иной смысл; по ассоциации с $k(T)$ коэффициент $k(\rho)$ должен характеризовать способность вещества генерировать зерна темноцветных минералов).

В то же время ассоциации, возникающие при рассмотрении модели (3), позволяют предположить, что на ее основе, внося соответствующие изменения, возможно эффективное описание физико-химических процессов в магме, ответственных за формирование не только расслоенных базит-ультрабазитовых интрузий [25], но и геодинамических и металлогенетических комплексов [26], возникновение процесса базификации [32].

Предтечей модели (3) можно считать близкую к ней модель, рассмотренную в работе [33]. Она хорошо известна в теории горения как базовая [8], но впервые была предложена для решения одной биологической задачи, связанной с генерацией доминирующего генного вида во времени и распространением его в пространстве. Полагается, что в активной среде, богатой энергией (например, пищевыми ресурсами), в точке оси h происходит воспроизведение биологического вида (x), описываемое функцией $F(x)$. Полагается также, что в начальный момент времени область оси $h < 0$ занята видом x , концентрация которого близка к единице, а для области $h > 0$ концентрация x равна 0 (начальное распределение концентрации задано «ступенькой»). В момент $t = 0$ генерируемый вид x , вследствие процесса диффузии с коэффициентом диффузии D , начинает распространяться по оси h , что может быть описано уравнением

$$\partial x / \partial t = D \partial^2 x / \partial h^2 + F(x), \quad (4)$$

с начальным условием $x(0, h) = 1$ при $h < 0$ и $x(0, h) = 0$ при $h > 0$. В качестве функции $F(x)$ рассматривалась $F(x) = \lambda x(1 - x)$.

Сформулированной задаче в соответствие может быть поставлена следующая прямая аналогия. Допустим, что в магматической камере на границе жидкой и твердой фаз стартует процесс самоорганизации, заключающийся в возникновении нелинейной генерации популяции зерен темноцветных минералов (высокой плотности). Он ответствен за появление и развитие ДС. Этой генерации, происходящей в силикатном полимеризованном расплаве, теряющем устойчивость из-за возникновения на границе потоков энергии и вещества, отвечает реакционное взаимодействие сложных компонент вещества – кластеров, дендритов, полимерных цепочек, которое при замене в нелинейном уравнении (4) переменной x на переменную ρ (плотность среды из частиц) способно описать генерацию автокаталитического развития.

Если допустить, что молекулярного материала, идущего на строительство зерен минералов высокой плотности, достаточно, то возникающая их популяция в некоторой зоне (интервале оси h) определит появление «слоя» высокой плотности. Опираясь на исследования [6], полагаем, что этот новый тип динамического состояния вещества по своим физическим свойствам¹ отличается от гомогенной магмы. Тем самым подчеркнем, что еще до перехода жидкого вещества в твердое состояние возникает структурная единица контрастной расслоенности – «слой» высо-

¹ Особое значение приобретают физические свойства промежуточного вещества – коэффициент объемного расширения, толщина возникающего «слоя», разность температур между верхней и нижней его плоскостями, вязкость жидкости, коэффициент теплопроводности и др.

кой плотности. Доля частиц вещества высокой плотности в результате действия сил гравитации, конкуренции с силами Архимеда и действия сил, обязанных выравниванию температурного и концентрационного градиентов (обеспечивающих перенос энергии и вещества), испытывает случайное перемещение. В конечном итоге происходит стохастическое «размазывание» образованной порции вещества с высокой плотностью и отнесение ее в область менее плотного вещества, что эквивалентно возникновению диффузии (D) по оси h . Это приводит к возникновению определенной (предельной) формы распределения по оси h плотности от максимальных ее значений до минимальных.

В работе [33] показано, что с течением времени форма изменения плотности, перемещающейся по оси h , приближается к так называемой *предельной*, соответствующей решению уравнения

$$v_0 \dot{x}/dh = D \partial^2 x / \partial h^2 + F(x), \quad (5)$$

где v_0 – предельная скорость расширения области больших (близких к единице) значений плотности вещества, причем в одном из простых случаев, когда $F(x) = \lambda x(1-x)$, то $v_0 = 2(D dF(x)/dx)^{1/2}$. Решение уравнения (5), обращающееся в нуль при $h \rightarrow -\infty$ и в единицу при $h \rightarrow +\infty$, существует и единственно с точностью до преобразования $h' = h + C$, не меняющего форму кривой. Уравнение (5) в цитируемой работе [33] получено при решении уравнения (4) на основе введения автоволновой переменной $z = h - vt$ и в предположении, что при изменении t форма кривой $x(h)$ не меняется, перемещаясь со скоростью v . Тогда приходят к уравнению

$$v dx/dz + D d^2 x/dz^2 + F(x) = 0, \quad (6)$$

которое, как доказывают авторы [33], имеет решение, удовлетворяющее условиям, поставленным выше для уравнения (4), причем уже при любых коэффициентах $v \geq v_0$. Уравнению (6) отвечает процесс (автокаталитический синтез) нелинейного увеличения плотности среды из частиц и ее распределения по оси z , означающий, что возникаящая за время t генерация плотности, в соответствии с процессом диффузии, распределяется по оси h . При этом происходит движение фронта кривой плотности в сторону $h > 0$ со скоростью $v \geq v_0$.

Обращаясь к базит-ультрабазитовому объекту, заметим, что движение фронта по оси h с предельной формой кривой плотности, согласно модели (4), будет сохраняться до тех пор, пока ресурс элементов (Mg, Fe, Mn, Ni, Cr, Ti, PGE), идущих на строительство вещества высокой плотности, не окажется в дефиците, разрушающем причину, и поэтому нелинейная концентрация и рост минералов высокой плотности прекратятся. Возникнет «слой», существенно обедненный такими минералами. Область ДС, характеризующаяся, как отмечалось, специфическими физическими свойствами (вязкость, температуропроводность и др.), существенно отличными от материнского вещества, будет выполнена веществом переменной плотности. Как и в модели бросселлятора, данная зона (вещество области ДС) из-за падения температуры перейдет в твердое состояние, фронт кристаллизации, разделяющий твердую фазу и ДС, сместится, область ДС присоединит «свежую» часть гомогенного вещества. В результате описанного нелинейного процесса образования ДС и движения фронта кристаллизации по оси h возникнет последовательность слоев (пород), в которой их плотность при переходе от одного слоя к другому окажется контрастно-ритмичной (неустойчивой). Таким образом, уравнение (4) при определенных начальных условиях и виде функции $F(x)$ способно поэтапно описать механизм «расщепления» гомогенного вещества (находящегося вдали от равновесия), приводящего к «слоям» высокой и низкой плотности. Возникающую таким образом структуру вариации плотности пород по оси h называют антиперсистентной. Это означает, что последующее значение плотности по отношению к предыдущему (в статистическом смысле) будет противоположным. Антиперсистентная последовательность величин плотности является неустойчивой, а персистентная – устойчивой, поэтому последующее значение будет не слишком отклоняться (в вероятностном смысле) от предыдущего. Антиперсистентные и персистентные последовательности свидетельствуют о совершенно разном типе порядка, проявляющемся в стохастической (хаотической) их структуре и, следовательно, могут подчеркивать различие в механизмах, породивших эти структуры.

Логистическая и экспоненциальная модели. Модели, описывающие процесс образования ДС, содержат функцию вида $dx/dt = F(x, \lambda)$. Она при полиномиальном виде $F(x)$, как известно, ответственна за нелинейный рост переменной x . Точнее, при конкретном виде $F(x)$, это может быть либо экспоненциальный режим изменения x (в том числе и с ограничением), либо режим с обострением [8, 20, 24]. Подобные режимы в химической кинетике называют автокаталитическими: для производства требуемых молекул нужна эта же молекула! Упростим модель (5) и лишь в плане иллюстрации остановимся на анализе логистического уравнения (модели)

$$dx/dh = \lambda x(1-x), \quad (7)$$

решение которого известно: $x(h) = x_0 e^{\lambda h} / (1 - x_0 + x_0 e^{\lambda h})$, где x_0 – начальное значение переменной x .

Как известно, модель (7) является несколько усложненным вариантом экспоненциальной модели Мальтуса, позволяющей, в частности, описать рост массовой плотности в условиях

неограниченной области ее развития и молекулярных ресурсов, идущих на ее строительство:

$$dx/dh = \varepsilon x. \quad (8)$$

Решение (8) имеет вид $x(h) = x(h_0)e^{\varepsilon(h-h_0)}$, где ε – константа скорости увеличения плотности вещества.

Модели (7) и (8) так же, как и другие, приведенные выше, играют роль моделей-метафор. Они и близкие к ним математические конструкции, как составная часть моделей (1)–(5), свидетельствуют, что процесс самоорганизации возникает в случае нелинейного взаимодействия молекул вещества. Такое взаимодействие есть результат внедрения части гомогенного вещества в область развития ДС. Оно вызывает потоки энергии и вещества, порождающие неравновесные условия и определяющие нелинейное развитие процесса. Нелинейность означает, что незначительная причина приводит к обвальному следствию, в частности, к производству в геометрической прогрессии зерен темноцветных минералов. Очевидно, что любое нелинейное воспроизводство в силу термодинамических постулатов не может продолжаться неограниченно. Это отражено в записи уравнения (7), содержащего математическую конструкцию, ограничивающую экспоненциальное развитие процесса. Еще большие ограничения предусматривают модели (1)–(5), в которых присутствующие диффузионные члены сдерживают экспоненциальный рост переменной x , описывая, образно говоря, рассредоточение, «размазывание» по оси h , обвальное возникновение плотности вещества.

От полученной нелинейной модели (7), заданной в непрерывной форме, применяя преобразование Эйлера, легко перейти к дискретной ее форме:

$$x_{n+1} = \lambda x_n (1 - x_n), \quad (9)$$

в которой функцию $F(x_n, \lambda) = \lambda x_n (1 - x_n)$ называют *одномерным отображением*; $n = 1, 2, 3, \dots$; λ – управляющий параметр. Как видно, n в последовательности значений $\{x\}$ одновременно является как временной, так и пространственной переменной². Мысленно допустим, что в условиях, далеких от равновесия (в области, отвечающей ДС), возникающая относительная (нормированная) плотность x_{n+1} в $n + 1$ -м слое пропорциональна плотности x_n предыдущего n -го слоя. Параметр λ в этой модели (крайне грубого приближения к реальности) ответствен за интенсивность увеличения плотности в случае отклонения динамической системы от равновесия.

Простота дискретной модели (9) до некоторой степени кажущаяся. Детальное ее исследование (и ряда ее модификаций, имеющих широкое использование в приложениях к биологии [8, 9] и физике [3, 6, 20]) обнаружило поразительные особенности решений уравнения (9), демонстрирующих, что хаотический и упорядоченный пути развития процесса соседствуют рядом [34–36]. Благодаря *бифуркации удвоения периода*, возникающей из-за *внезапного качественного изменения поведения системы при увеличении параметра λ* , внутренняя связь порядка и хаоса подчиняется жесткому сценарию (сценарию Фейгенбаума). По этому сценарию в строгой последовательности реализуется большое число аттрактивных решений уравнения (9). Устойчивые (равновесные) решения (при $\lambda \leq 2$) сменяются циклическими, периода 2^p (при $3,0 \leq \lambda \leq 3,5699\dots$). За ними (при закритическом управляющем параметре λ_∞) рождаются решения хаотической структуры ($\lambda_\infty \geq 3,56994\dots$), за которыми вновь следуют окна периодических решений (например, периода $3^{2^n - 1}$ при $3,8284\dots \leq \lambda \leq 3,8496\dots$). После них возникающие новые решения снова «ныряют» в область хаотических. Все решения при $\lambda \geq 3$ характеризуются ярко выраженной антиперсистентностью. Подводя итог

² Для последовательностей, характеризующих разрезы, переход от времени (t) к пространственной координате (h или n) в ряде случаев возможен при определенных допущениях, опирающихся на известный в геологии принцип эргодичности [26, 34].

сказанному относительно решений уравнения (9), констатируем, что за порядком следует хаос, а за ним – снова порядок и снова хаос [20, 34–36].

На рис. 1, I приведено одно из решений уравнения (9) в виде последовательности x_n (нормированных значений плотности, лежащих в интервале от 0 до 1), имитирующее возникновение слоев разной плотности (при значении управляющего параметра $\lambda = 3,83$) в магматической камере в области, соответствующей возникновению ДС. В соответствии со сценарием Фейгенбаума, когда $3,8284 \leq \lambda \leq 3,8496$, ряд x_n содержит цикл с периодом 3^{n+1} . Приведенный фрагмент ряда, отражая циклическое развитие плотности, является стохастическим, характеризуясь антиперсистентными свойствами, что подчеркивается формой корреляционной функции и спектров (рис. 2, I).

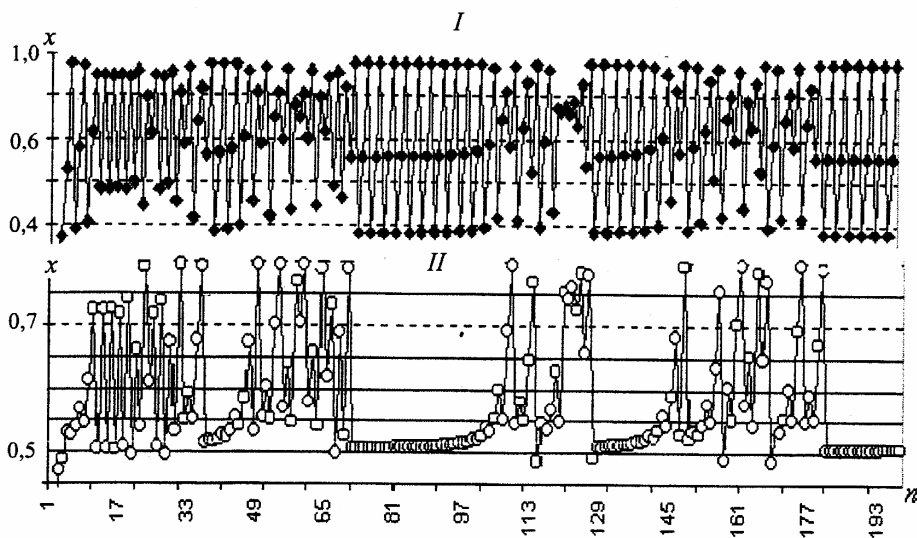


Рис. 1. Характер изменения ряда $\{x_n\}$, имитирующего ДС (I), и ряд $\{x_n\}$, сглаженный по методу скользящего среднего (II).

Однако визуальное сравнение характера изменения ряда x_n с реальными рядами плотности, отражающими разрезы интрузии Бушвельд (рис. 3), говорит о том, что в целом структуры их поведения отличаются. Реальные ряды плотности, хотя и контрастны по поведению, имеют медленно спадающую корреляционную функцию с ростом τ , а в спектре высокие ординаты сосредоточены в низкочастотной его области. Представляется, что различие структур, скорее всего, вызвано переходом «слоев», соответствующих ДС, в твердое состояние. Любой ряд плотности, отражающий последовательность реальных слоев разреза Бушвельд, есть ряд, претерпевший трансформацию из-за эффектов скачкообразного перехода «слоев» в их твердое состояние. Перед этим переходом не исключена трансформация ДС вследствие выравнивания как температуры, так и концентрации минеральных компонентов «слоев», что, грубо говоря, должно приводить к сглаживанию значений ряда. В первом приближении такое сглаживание аналогично действию усредняющего линейного фильтра.

Иллюстрацией этому может служить сглаживание ряда x_n , например, методом скользящего среднего.

Структура ряда x_n (см. рис. 1, II), полученного в результате линейной фильтрации, лучше согласуется с реальными рядами плотности, о чем свидетельствуют построенные по нему

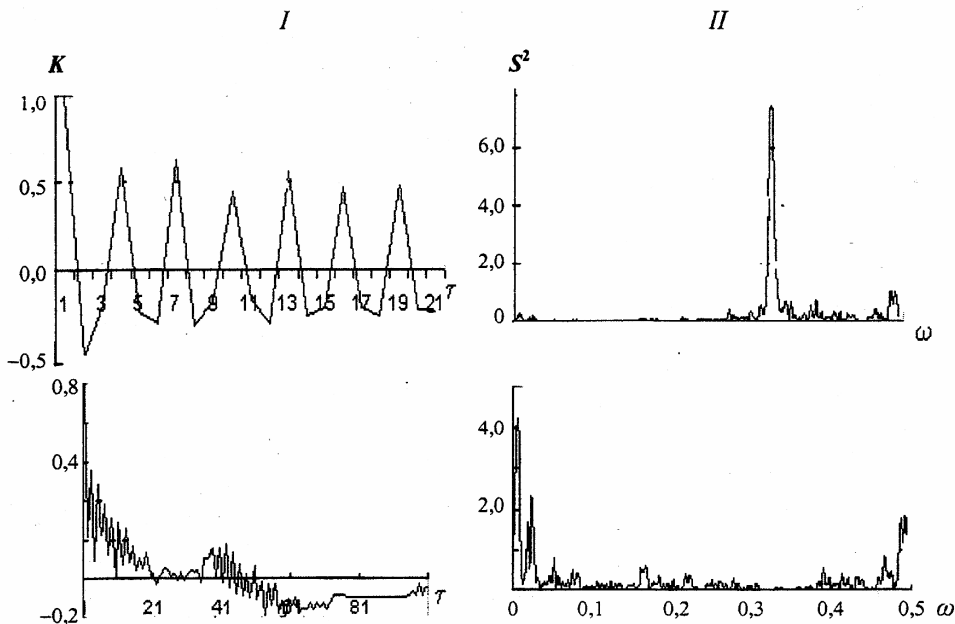


Рис. 2. Корреляционные функции (I) и спектры (II) для имитационного ряда $\{x_n\}$ (вверху) и сглаженного ряда $\{x_n\}$ (внизу).

корреляционная функция и спектр (см. рис. 2, II). Для сглаженного ряда высокие ординаты спектра, как видно, сосредотачиваются в низкочастотной области, что типично для реальных рядов плотности. Визуально также убеждаемся, что структура ряда после сглаживания остается антиперсистентной, указывая на то, что наследование важных черт ДС, отвечающей последовательности «слоев», приобретает отражение в их твердом состоянии.

Фрактальные свойства эмпирических рядов плотности. С целью количественной оценки особенностей структуры эмпирических рядов использованы параметры H и β [37]. Они исключительно важны в случае изучения детерминированной и хаотической динамики нелинейных процессов, получающих отражение в персистентной или антиперсистентной структуре эмпирических рядов. Параметры H и β также являются мерой адекватности и отклонения испытываемых рядов от рядов типа броуновского движения, белого шума и т.п., т.е. возникших в результате функционирования стохастических механизмов. Отражая упорядоченную и хаотичную структуру рядов, параметры H и β неразрывно связаны с понятием **фрактала**, тесно переплетающегося со свойством **самоподобия** эмпирического ряда [37, 38], в котором мелкомасштабные его композиционные части как бы вложены в крупномасштабные и конфигурационно (в статистическом смысле) совпадают. Основная отличительная черта фрактального ряда – его дробная размерность, порождаемая, как правило, нелинейной самоорганизующейся динамической системой. Параметры H и β позволяют произвести оценку фрактальной (самоподобной), нецелочисленной, в отличие от целочисленной, топологической (евклидовой) размерности d [37, 38]. Строгого понятия размерности d самоафинного объекта не существует, поэтому на практике и обращаются к оценкам параметров H и β .

Параметр H находится из закона дисперсии фрактального броуновского движения (ФБД): $\langle [x(t_2) - x(t_1)]^2 \rangle = \sigma^2 |t_2 - t_1|^{2H}$ ($\langle * \rangle$ – оператор среднего, σ^2 – дисперсия эксперимен-

тального ряда [37]). Для экспериментального ряда, тождественного ФБД, как показано в работе [39], параметр H строго равен 0,5. При $H > 0,5$ экспериментальный ряд (функция) проявляет в своем развитии персистентные (гладкие) свойства, в противном случае он является антиперсистентным.

Параметр β получают на основе построения наиболее детальной и содержательной характеристики любого эмпирического ряда – его спектра мощности $S(\omega)$. Из известного [38] соотношения $S(\omega) \sim \omega^{-(1+2H)} = \omega^{-\beta}$, в котором ω есть частота гармоник Фурье, составляющих исходный ряд, оценивается параметр β . Существуют взаимоотношения между фрактальной размерностью d и параметрами H, β : $d = 2 - H$; $d = (5 - \beta)/2$; $\beta = 2H + 1$.

В таблице представлены оценки H, β и d по рядам плотности, полученных

- 1) теоретически, с помощью модели (9) (при $\lambda = 3,83$);
- 2) путем прямых петрофизических измерений образцов керна, характеризующих скважины (r1, r491, r16, r18, r16wp) Критической и части Главной зон интрузии Бушвельд (ЮАР). Детальный геологический материал по этим скважинам и результаты его обработки приведены в работах [14, 22, 23, 40–42];
- 3) путем модельного восстановления значений плотности [40] сводного разреза интрузии Бушвельд [41, 42].

Параметры H и β и критерий (R^2) их достоверности, рассчитанные по реальным и теоретическим рядам плотности

№ скв. или название объекта исследования	Интервал исследования скважины, м	H (по Кронувер, 2000 [38])	R^2	β	R^2	$d = 2 - H$	$d = (5 - \beta)/2$
Усредненный ряд, имитирующий ДС	–	0,18	0,94	1,16	0,62	1,82	1,92
r1	1300–1620	0,29	0,88	1,76	0,62	1,71	1,62
r491	561–773	0,29	0,93	1,60	0,68	1,71	1,70
r16	14–379	0,23	0,90	1,68	0,70	1,77	1,66
r18	5–641	0,20	0,72	1,59	0,73	1,80	1,71
r16wp	31–814	0,18	0,70	1,70	0,64	1,82	1,65
Бушвельд (сводный разрез)	0–9000	0,15	0,98	1,18	0,66	1,85	1,91

Сравнивая параметры H и β , относящиеся к теоретическому ряду плотности (после усреднения) и реальным эмпирическим рядам плотности, убеждаемся, что последние антиперсистентны и характеризуются свойствами фрактальности (фрактальной размерностью). Структура их вариации далека от белого шума ($H \approx 0, \beta \approx 1$) и шума типа броуновского движения ($H \approx 0,5, \beta \approx 2$). Близость значений полученных параметров H свидетельствует, что ряды плотности, отражающие как часть разреза интрузии (скважины r1, r491, r16, r18, r16wp), так и полный базит-ультрабазитовый комплекс Бушвельд, в определенном смысле эквивалентны друг другу. Практическое совпадение фрактальных размерностей неожиданно обнаруживает, что перечисленные объекты статистически самоподобны, т.е. $x(h + \Delta h) - x(h) = r^{-H}x(h + r\Delta h) - x(h)$ для любого $r > 0$. Обнаруженное свойство подтверждает гипотезу о том, что формирование слоев, относящихся ко всему комплексу Бушвельд, обязано одному и тому же механизму. Гипотеза становится более обоснованной после констатации антиперсистентной вариации эмпирических рядов плотности.

Вейвлет-анализ. Черты функционирования механизма, которому отвечает структура хаотического колебания свойств пород вертикали разреза базит-ультрабазитового комплекса, целесообразно исследовать с помощью вейвлет-анализа [43, 44]. Данный метод способен любой одномерный эмпирический ряд $x(h)$, отражающий, в частности, особенности изменения минерального состава и свойств чередующихся слоев в разрезе, развернуть в пространстве трех измерений. В этом случае амплитуды вейвлет-преобразования $W_{a,b}$, заданные в точках с координатами a и b , определяют поверхность $W_{a,b}$. В трехмерном отображении развитие эмпирического ряда $x(h)$ по координате h , детали его специфической вариации становятся предельно содержательными. Амплитуда $W_{a,b}$ является сверткой эмпирического ряда $x(h)$ (полагается, что ординаты $x(h)$ следуют через эквидистантный интервал δh с конструкцией материнского вейвлета³ – $\psi [(h - b)\delta h/a] = (\delta h/a)^{1/2} \psi_0 [(h - b)\delta h/a]$:

$$W_{a,b} = \sum x(h) \psi^* [(h - b)\delta h/a], \quad (10)$$

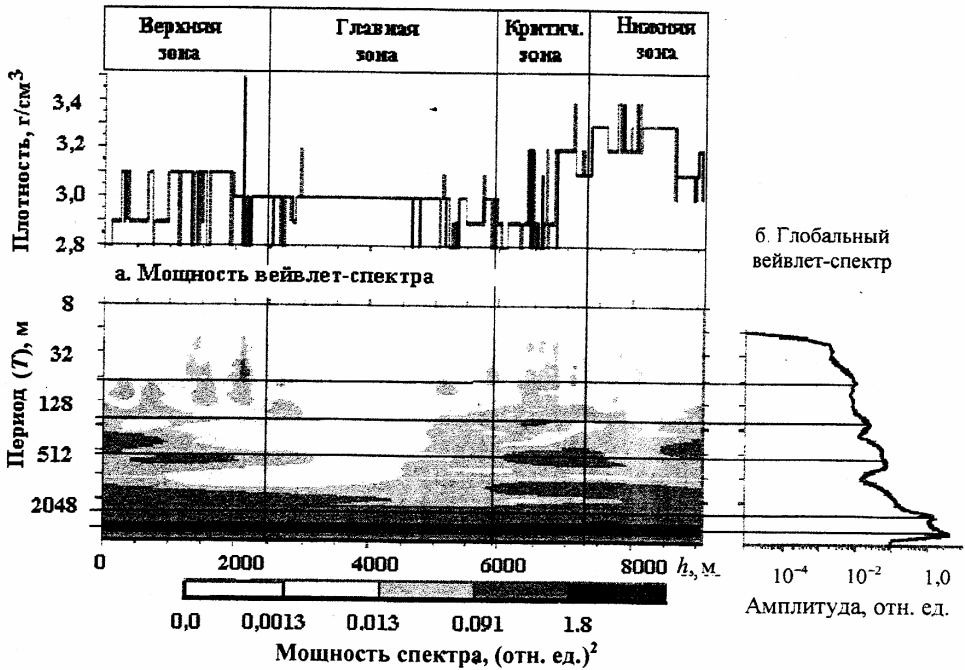
где параметр a – масштаб растяжения выбранного материнского вейвлета (играющий такую же роль, что и период T гармоник в преобразовании Фурье); параметр b – сдвиг вейвлета вдоль оси h , на котором происходит развитие испытуемого ряда $x(h)$; знак (*) указывает на комплексное сопряжение функции.

Как видно из (10), вейвлет-преобразование представляет собой автоматическое сканирование исходного ряда $x(h)$ частотно-временным окном. Оно является переменным – узким на малых масштабах, улавливающим мелкомасштабные детали, т.е. флуктуации значений ряда большой частоты, и широким на больших масштабах, вскрывая медленно колеблющиеся по координате h трендовые составляющие с периодом колебаний ряда $x(h)$, соизмеримым с длиной исследуемого разреза. Указанная избирательность вейвлет-анализа имеет значительные преимущества по сравнению с классическим спектральным анализом рядов наблюдений, основанным на преобразовании Фурье и широко используемым при геологических исследованиях [16]. Вейвлет-анализ существенно углубляет интерпретацию сигнала (эмпирического ряда), выявляя важные его особенности: точки разрыва, скачка, излома. Он позволяет установить величину интервала, на котором сигнал, развиваясь, характеризуется одной частотной областью, и отделить его от другого интервала, где развитие сигнала сменяется другой частотной областью. Такая интерпретация, в принципе позволяющая обнаружить точки бифуркации в развивающемся во времени или пространстве сигнале, трудно или в принципе невозможна при использовании классического спектрального анализа. Вейвлет-анализ, способствуя выяснению тонких особенностей динамики эмпирического ряда, раскрывает специфику функционирования его порождающего механизма, что принципиально важно при поиске и построении адекватной его математической модели. И, наконец, особое значение вейвлет-анализ приобретает при изучении эмпирических рядов фрактальной структуры, так как типичным признаком базиса конструируемого материнского вейвлета, применяемого при построении вейвлет-преобразования, является его автономность (самоподобие) [43, 44].

Материнским вейвлетом при анализе эмпирических рядов плотности разрезов плутона Бушвельд послужила конструкция Морле (Morlet) [44, 45]. Она вскрывает и подчеркивает особенности развития в исходном ряду наблюдений трендовых компонент, структура которых носит колебательный, но не обязательно строго периодический характер. Исследование на основе Морле-конструкции подтвердило, что механизм, ответственный за особенности вариации испытуемого ряда, функционирует в периодическом (квазипериодическом) режиме. Вейвлет в модификации Морле, являясь комплексным, не создает паразитной интерференции, и, следовательно, в получаемом спектре на его частотах не возникают ложные ам-

³ Вейвлет (англ. – wavelet) – небольшая волна, всплеск, рябь.

I



II

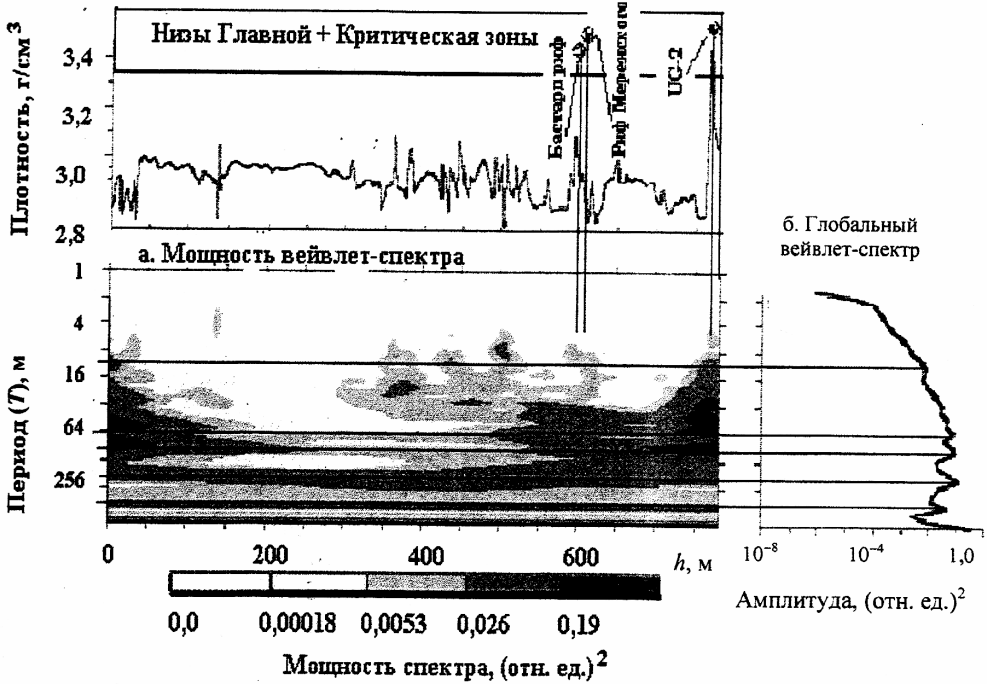


Рис. 3. Результаты обработки рядов плотности, характеризующих полный разрез комплекса Бушвелд (I), разрез скв. г16вр (II).

плитуды, указывающие на присутствие в ряду наблюдений несуществующих гармоник, т.е. ситуации, характерной для традиционного спектрального анализа.

На основе вейвлет-преобразования были проанализированы ряды плотности, оценивающие как полный (сводный) разрез базит-ультрабазитового комплекса Бушвельд, так и разрезы скважин г1, г491, г16, г18, г16wp, вскрывших интервалы его Главной и Критической зон. Для иллюстрации приводятся результаты интерпретации вейвлет-представлений двух рядов плотности. Один из них характеризует полный (сводный) разрез интрузии Бушвельд, другой относится к скважине г16wp (см. рис. 3, I, II). Карты вейвлет-представления имеют следующие координаты: ось h – глубина отбора керна (в метрах); ось T – величина периода гармоник (в метрах); ось z – отображение разными тонами цвета (от белого до темно-серого) амплитуд вейвлет-спектра.

Карта вейвлет-представления, соответствующая ряду плотности полного (9000 м) разреза интрузии Бушвельд (рис. 3, I), интерпретируется следующим образом. На ней обращает внимание полоса наиболее темного цвета, горизонтально тянущаяся (ось h) по всему интервалу разреза. Имея практически одну и ту же толщину, она соответствует периоду (ось T , перпендикулярная оси h) примерно 4000 м. Самый темный цвет свидетельствует, что амплитуда вейвлет-спектра превышает значение 1,8. Таким образом, подчеркивается, что определенная доля вариации эмпирического ряда плотности возникла под воздействием низкочастотных колебательных процессов, период которых, концентрируясь у значения приблизительно 4000 м, соизмерим с вертикальным масштабом этого огромного по мощности комплекса. Заметим, что идеально ровная и тонкая по толщине горизонтальная полоса подтверждает наличие в эмпирическом ряду плотности периодической компоненты строго устойчивого периода с амплитудой, отвечающей значению, выраженному в цветовом тоне (чем темнее тон, тем больше амплитуда).

Как видно, на отметке оси h – 6000 м толщина полосы испытывает расширение в сторону периодов с меньшим значением, которое протягивается до подошвы комплекса. Это говорит о том, что амплитуды колебаний компонент плотности, имеющих значения $T < 4000$ м, в интервале разреза примерно от 6000 до 9000 м возрастают. Отметим, что данная часть интервала обогащена колебательными компонентами плотности с периодами, приуроченными к значениям приблизительно 2000 и 1500 м. Верхняя и особенно Критическая зоны характеризуются компонентами плотности, богатыми по частоте колебаний. Так, непосредственно в Критической зоне, помимо отмеченного скачкообразного увеличения амплитуды, примыкающей к периоду $T \sim 4000$ м (цвет мощности вейвлет-спектра от 1,8 и выше), добавляются колебания плотности с другими низкими частотами. На рис. 3, I они проявляются полосами «островов», вытянутых в горизонтальном направлении (по оси h). Их периоды концентрируются у значений около 1000, 500 и 250 м, имея амплитуды (по мощности вейвлет-спектра) от 0,091 до 1,8. Подчеркнем, что низкочастотная колебательная компонента ряда плотности со строго выдержанным периодом $T \sim 4000$ м охватывает мощность всего 9-километрового разреза комплекса Бушвельд, свидетельствуя об устойчивом и однотипном в историческом времени эволюционном развитии и становлении вещества, заполнявшего магматическую камеру.

Высокочастотные колебательные компоненты, определяющие «изрезанность» (антиперсистентность) эмпирического ряда плотности, скорее всего, отражают особые детали развития ДС, что отчетливей проявляется при интерпретации рис. 3, II. Здесь преобладают колебательные компоненты плотности с периодами, сосредоточенными у $T \sim 500$ и $T \sim 250$ м. Они охватывают весь рассмотренный интервал (800 м). Колебания с периодом около 500 м характерны для всего интервала (их амплитуда значительна, о чем свидетельствует цвет мощности вейвлет-спектра – от 0,026 и выше). Это же относится и к компонентам плотности с $T \sim 250$ м (амплитуда которых несколько меньше – мощность вейвлет-спектра лежит в

интервале 0,026–0,19). Карта вейвлет-представления (см. рис. 3, *И*) иллюстрирует, что Бастард риф, риф Меренского и горизонт UG-2 (к ним приурочены хромитовая рудоносность и горизонты, обогащенные элементами платиновой группы) не случайно тяготеют к интервалу с возросшей по богатству частотной характеристикой, отвечающей, вероятно, явлениям бифуркации. Период колебаний компонент, достигая малых значений (менее 8 м), способен обеспечить высокочастотную, антиперсистентную структуру (тонкую контрастную расслоенность) эмпирического ряда плотности. Амплитуда этих колебаний существенна: значения мощности вейвлет-спектра лежат в области 0,026–0,19 и выше.

Итак, наиболее примечательное, что обнаруживается при интерпретации карт вейвлет-представления (см. рис. 3), – наличие в эмпирическом ряду плотности устойчивых низкочастотных компонент, период колебания которых концентрируется на дискретных значениях примерно 4000, 2000, 1500, 1000 м. Они свойственны для всей вертикали комплекса Бушвельд. В Критической + Главной зонах, имеющих мощность около 800 м, дополнительно обнаружены устойчивые компоненты плотностной характеристики, колебания которых концентрируются у периодов приблизительно 500 и 250 м. Скорее всего, вскрытые низкочастотные колебательные компоненты в эмпирических рядах плотности есть проявление особенностей формирования исторически длительной пространственно-временной эволюции минерального состава всего объема магмы: от начала ее внедрения в камеру до момента ее кристаллизации. Вместе с тем вейвлет-анализ обнаруживает среднеживущие структуры компонент плотности (период колебаний которых концентрируется у $T \sim 60\text{--}80$ м) и короткоживущие структуры (их период колебаний менее 20 м). Данные структуры, по всей видимости, наиболее родственны понятию ДС. Их антиперсистентные черты, вскрываемые при анализе эмпирического ряда плотности, контролируют тонкое контрастное расслоение в определенных интервалах интрузии. Очевидно, что при антиперсистентном развитии плотности слоев в разрезе повышается вероятность возникновения интервалов с экстремальными значениями плотности, с которыми логично увязывать зоны рудопроявления.

Для полного разреза плутона Бушвельд (см. рис. 3, *Л*) на интервале примерно от 2000 до 4500 м отмечается отсутствие (провал) высокочастотных колебаний, которые как бы разделяют эмпирический ряд плотности (а следовательно, и всю анализируемую интрузию) по частотному его составу на две принципиально разные части. Казалось бы, это может свидетельствовать о функционировании разных механизмов, ответственных за возникновение, скажем, верхней и нижней частей плутона. Но, скорее всего, механизм на протяжении всего времени формирования интрузии был один и тот же. Наблюдаемое различие частей разреза возникло, по всей видимости, в силу изменения параметра функционирующего механизма, отражающего отклонение системы от равновесия. Это подтверждается тем, что на интервале примерно от 2000 до 4500 м обнаруживается устойчиво длительная зона норитов. Ей соответствуют значения плотности без следов явлений антиперсистентности, указывающих, что возникновение такой зоны происходило при незначительном отклонении кристаллизующейся системы от равновесия. Последнее равносильно тому, когда в модели (9) параметр λ принимает докритические значения, тогда x_n с ростом n может выйти на определенный стационар.

Обсуждение результатов и выводы. Расслоенность магматических пород базит-ультрабазитовой интрузии многими исследователями традиционно рассматривалась как результат процесса, протекающего в магматической камере, где в области, примыкающей к движущейся границе твердого и жидкого состояний магмы, происходят гравитационное осаждение зерен минералов, их дифференциация и эвтектическая кристаллизация [12, 13].

Модели синергетики, их сильная метафорическая сторона вызывают ассоциации, принципиально иные, важные при анализе ритмичной расслоенности, убеждающие, что часть материнского (гомогенного) вещества магматической камеры базит-ультрабазитового со-

става, заключенного в области между жидкой и твердой его фазами, находясь вдали от равновесия, претерпевает существенные изменения. В данной области формируется новый тип динамического состояния материи. Подверженная неустойчивости вследствие потоков энергии и вещества, она под влиянием процессов самоорганизации, являющихся по своей природе нелинейными, преобразуется. Молекулы вещества (сиботаксы, полимерные цепочки), взаимодействуя и испытывая когерентное движение под действием нелинейных процессов, в одной локальной области порождают и концентрируют зерна темноцветных минералов (в том числе и рудных), по плотности превосходящие другие петрогенные минералы. При утрате ресурсов для «строительства» темноцветных минералов в последующей (по оси h) локальной области появляется обедненная ими часть вещества. В конечном итоге формируется область, выполненная веществом, отличающимся от первородного. Его минеральный состав и свойства претерпевают пространственную (по оси h) неоднородную изменчивость, отвечающую ДС. Модели (1)–(3) позволяют утвердиться в гипотезе, что ДС может охватывать значительный интервал, в котором практически одновременно реализуется последовательность «слоев», минеральный состав которых по вертикали магматической камеры характеризуется упорядоченной (ритмичной) и хаотической изменчивостью. Эти же модели не исключают, что на окончательной стадии развития ДС приобретает квазистационарное состояние. Вероятнее всего, именно в этом состоянии отвечающая ДС последовательность «слоев», окончательно переходя в твердое состояние, образует последовательность собственно слоев (пород) разреза интрузии, наследующую основные черты ДС. Следовательно, в минеральном составе и свойствах последовательности слоев (пород) заложена информация (отвечающая ДС) генетического типа. Получая отражение в эмпирических рядах, в частности рядах плотности, эта информация становится исключительно содержательной. Образно говоря, она представляет собой своеобразную «запись» особенностей функционирования природного механизма, ответственного за развитие как ДС, так и окончательно сформированных слоев.

Проведенный анализ с использованием моделей синергетики обнаруживает общие принципы, с помощью которых описание геологических процессов, протекающих вдали от равновесия и стремящихся к новому устойчивому состоянию, приобретает более содержательную трактовку. Базовые модели синергетики (модели-метафоры) составили ряд, в котором каждая последующая модель по математической конструкции как бы проще предыдущей. Выстроенный ряд позволил обнаружить, что каждая модель содержит принципиальную нелинейную конструкцию – $\partial X/\partial t \sim X$ или $\partial X/\partial t \sim X^n$. В терминах геологии ей, в частности, может отвечать нелинейное (экстремальное, катастрофическое) увеличение популяции зерен минералов, по плотности превосходящих петрогенные минералы (нелинейный рост плотности пород). Эта конструкция является ключевой для реализации процесса самоорганизации, рождения «порядка из хаоса».

Опираясь на сценарий, заложенный в логистической модели (9), была произведена имитация важных черт возникающей ДС. Ее использование иллюстрирует, как соседствует хаотическая динамика процесса, ответственного за образование слоев различной плотности, с детерминированной в случае, если процесс эволюции плотности имеет дискретную природу. На имитационном уровне показано, что ДС, рождающаяся благодаря бифуркации, характеризуется резкой сменой «слоев» по их плотности (и, следовательно, по их минеральному составу). Такое развитие ДС протекает при критическом значении управляющего параметра λ , указывающем, что контрастная вариация минерального состава и свойств пород происходит вдали от равновесия. Реализованный имитационный ряд плотности как бы в неискаженном виде дает представление о развитии ДС, о возможной вариации по оси h плотности «слоев» до их перехода в твердое состояние. Значение параметра λ , соответствующее отклонению функционирующей системы от равновесия, определяет как низкоча-

стотную колебательную структуру ряда плотности, так и высокочастотную, антиперсистентную, ярко проявляющуюся на малых масштабах. Антиперсистентность эмпирических рядов есть важный признак развития ДС, указывающий, что динамическое равновесие ДС в целом поддерживается при включении процессов, противоположных только что действовавшим. Это подтверждают развивающиеся вне термодинамической ветви пиковые и резкие колебательные структуры решений уравнений, соответствующих моделям (1) и (2), представляющие собой типично антиперсистентные структуры. При переходе в новое, более устойчивое состояние равновесия (твердую фазу) ДС может испытывать дополнительные искажающие эффекты, но черты ее упорядоченности и антиперсистентности наследственно сохраняются. Это подтверждается результатами интерпретации параметров H , β , спектров, корреляционных функций и данных вейвлет-анализа, получаемых при обработке и исследовании теоретических и реальных рядов плотности. Весь перечисленный арсенал математических инструментов анализа эмпирических рядов, имея самостоятельное значение, дает право один тип порядка или беспорядка, присущий анализируемым рядам, отличить от другого, позволяя либо идентифицировать эмпирические ряды, либо устанавливать их статистическое подобие. Результаты, полученные при использовании инструментов, анализирующих эмпирические ряды плотности, содержат в себе важную информацию генетического типа о чертах функционирования механизма, порождающего ритмичную расслоенность базит-ультрабазитовой интрузии, и, в частности, информацию, полезную для построения математической модели этого механизма.

Возникшая последовательность слоев в результате кристаллизации несет в себе черты, присущие исторически длительной пространственно-временной эволюции минерального состава всего объема внедрившейся магмы до момента ее перехода в твердое состояние. Об этом свидетельствуют вскрытые с помощью вейвлет-анализа эмпирических рядов плотности устойчивые колебательные компоненты длинного периода, соизмеримого с мощностью плутона Бушвельд (9000 м). Период, соответствующий крайне низким частотам, говорит о длительном времени возникновения и развития колебательных компонент, получивших отражение в рядах плотности. Эти результаты не только не исключают, что магма, заполняющая резервуар, на начальных этапах своего динамического развития подвергалась автоволновому нелинейному процессу пластической деформации, но в значительной мере подтверждают выводы Ф. А. Летникова [45], касающиеся общих закономерностей самоорганизации магматических систем, в частности контрастно расслоенных интрузий ритмичного строения.

Важным результатом является установленная фрактальность рядов плотности, свидетельствующая, что изменчивость минерального состава пород на разных пространственных масштабах статистически самоподобна. Это укрепляет гипотезу, что при формировании минерального состава и свойств слоев всего разреза интрузии действовал один и тот же природный механизм (динамическая система). В силу ряда внутренних причин он изменял свои параметры (в частности, принимая критические), обуславливающие разные траектории изменчивости минерального состава и свойств пород (слоев), отвечающие разным аттракторам развития процесса. Так, строго однородный минеральный состав слоев, установленный на длительном (пространственно-временном) интервале, обнаруженном при анализе полного разреза интрузии Бушвельд (область норитов), отвечает реализации точечного аттрактора. Режим хаотических автоколебаний, возникая на границе твердой и жидкой фаз благодаря потоку энергии вещества и потере устойчивости, порождал ритмичную расслоенность интрузии, соответствующую, скорее всего, аттрактору предельного цикла. Эти факты, вытекая из моделей (1)–(3), (9), задающих разные сценарии развития ДС, нашли подтверждение в работе [19].

Приведенные факты в определенной степени подтверждаются результатами исследования эмпирических рядов плотности слоев вертикали разреза на основе вейвлет-анализа. Он, в частности, демонстрирует, что эволюция колебательных компонент эмпирического ряда плотности и их иерархия, берущая начало от крупномасштабных их периодов (т.е. охватывающая длительный исторический этап) и заканчивающаяся все более и более мелкокомасштабными, есть отражение явления бифуркации. Развитие этих явлений происходит, безусловно, еще в жидкой фазе, но затем наследуется твердой. И, наконец, установлена фрактальность процесса, свидетельствующая о сложном режиме динамической системы, ее стохастическом функционировании, не исключающем адекватное описание процесса развития и становления ритмичной расслоенности в рамках детерминированной системы нелинейных дифференциальных уравнений. Получаемые решения этой системы, в связи с ее детерминированностью, должны гарантировать строго однозначную связь причины и следствия. Однако в силу нелинейности уравнений системы, ее решения, вероятнее всего, окажутся хаотическими, непредсказуемыми, названными *детерминированным хаосом (странным аттрактором)*. Стремление детерминированной системы при некоторых закритических параметрах к хаотическому развитию – фундаментальный факт, отмеченный во многих работах по синергетике [6–8, 20, 34, 35]. В самом грубом приближении такое развитие процесса формирования ритмичной расслоенности демонстрирует модель (9). Очевидно, что этого дискретного представления явно недостаточно. Пути для построения адекватной модели очерчены сценариями моделей (1)–(4) и конкретизированы результатами статистических исследований. Их реализация, тесно согласующаяся с процессом формирования интрузий, позволяет заглянуть за ту грань, куда из-за пространственной и временной масштабности геологических процессов в принципе проникнуть сложно.

Summary

Dech V. N., Glebovitsky V. A. Stratification of basic and ultra basic intrusions based on their dissipation structure analysis.

Thermodynamics and synergetic approaches to be used for studying the wide range of geological processes are described and substantiated. Well known synergetic models of self-organized processes with dissipation structure (DS) are applied to geological processes. It is shown that formation of DSs structures is possible at the time of the basic and ultra basic magma transformation from the liquid to the solid state. The characteristic DS's feature is a combination of the orderly, or rhythmical changes and chaotic changes in mineral composition of magma's "layers" which are in the process of transformation from the liquid to the solid state. During such transformation the chemical composition of DS's "layers" and their sequences became more chaotic. The layer sequence in an intrusion's cross-section inherits the main DS's features such as fractionation and unpersistency. They could be found in the empirical density series that characterize cross-sectional variation in intrusion's mineral composition. This pattern was found in a cross-section of the rhythmically layered complex in Bushveldt, the Republic of South Africa. The corresponding empirical density series have been processed for evaluating persistency and chaotic parameters. Combined interpretation of these parameters and the results of the wavelet analysis of the same series are used to define the details of DS's structure development. Such details are of great importance to development of the conceptual contrast stratification mathematical model.

Литература

1. Пригожин И. От существующего к возникающему / Пер. с англ. Ю. А. Данилова; Под ред. Ю. Л. Климонтовича. М., 1985.
2. Пригожин И. Введение в термодинамику необратимых процессов / Пер. с англ. В. В. Михайлова; Под ред. Е. С. Акулова. М.; Ижевск, 2001.
3. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой / Пер. с англ. Ю. А. Данилова // prigogine/1/252.htm.
4. Хакен Г. Синергетика. Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Пер. с англ. Ю. А. Данилова; Под ред. Ю. Л. Климонтовича. М., 1985.
5. Климонтович Ю. Л. Статистическая теория открытых систем. М., 1995.
6. Анищенко В. С., Вадивасова Т. Е., Астахов В. В. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Саратов, 1999.
7. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного / Пер. с англ. Ю. А. Данилова; Под ред. Ю. Л. Климонтовича. М., 1990.
8. Васильев В. А., Романовский Ю. М., Яхно В. Г. Автоволновые процессы. М., 1996.
9. Ризниченко Г. Ю., Рубин А. Б. Математические модели биологических продуктивных процессов. М., 1993.
10. Безмен Н. И. Надликвационная дифференциация флюидных магматических расплавов в восстановительных условиях как возможный механизм формирования расслоенных массивов // Петрология. 2001. Т. 9, № 4. 11. Кадомцев Б. Б. Динамика и информация // Успехи физ. наук. 1994. Т. 129.
12. Френкель М. Я. Тепловая и химическая динамика кристаллизации базитовых

магм. М., 1995. 13. *Френкель М. Я.* О термодинамике и математическом моделировании геохимических систем // Геохимия. 1992. № 10. 14. *Деч В. Н., Глебовицкий В. А., Прияткин А. А.* Идентификация ритмичной расслоенности базит-ультрабазитовых интрузий на основе математического аппарата цепей Маркова // Докл. РАН. 2000. Т. 346, № 1. 15. *Dech V. N., Henley S.* On the scientific heritage of Prof. A. B. Vistelius // Math. Geology. 2003. Vol. 35, N 4. 16. *Деч В. Н., Кноринг Л. Д.* Методы изучения периодических явлений в геологии. Л., 1985. 17. *Горяинов П. М., Иванюк Г. Ю.* Самоорганизация минеральных систем. М., 2001. 18. *Летников Ф. А.* Синергетика геологических систем. Новосибирск, 1992. 19. *Dech V. N., Kiselev B. V., Pisakin B. N.* et al. Regularities of layering basic-ultrabasic intrusions as the result of self-organization processes during the course of their formation // Math. Geology. 2003. Vol. 35, N 4. 20. *Малинецкий Г. Г., Чобан Э. А.* Структуры. Вычислительный эксперимент (введение в нелинейную динамику). М., 2000. 21. *Dech V. N., Pisakin B. N., Priyatkin A. A.* Phenomenology of the basic-ultrabasic intrusion rhythmical layering process for mathematical modeling // Intern. platinum. St. Petersburg; Athens, 1998. 22. *Dech V. N., Glebovitsky V. A., Priyatkin A. A.* et al. Interlayering in mafic-ultramafic plutons modelled by Markov chains // Theophrastus Contributions to advanced studies in geology. Vol. III. St. Petersburg; Athens, 2000. 23. *Прияткин А. А., Деч В. Н., Писакин Б. Н.* К вопросу о расслоенности, ритмичности и периодичности пород Бушвельдского плутона // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 7: Геология, география. 1996. Вып. 3 (№ 23). 24. *Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г., Повещенко Ю. П.* и др. Взаимодействие диссипативных тепловых структур в нелинейных средах // Докл. АН СССР. 1980. Т. 151, № 4. 25. *Глебовицкий В. А., Чобан Э. А., Семенов В. С.* и др. Ритмичная расслоенность в магматической камере базит-гипербазитовых интрузий за счет диффузии // Зап. Всерос. минерал. о-ва. 2003. Т. ХСXXXII, № 1. 26. *Летников Ф. А.* Особенности флюидного режима формирования мантийных пород // Флюидный режим формирования мантийных пород / Под ред. Ф. А. Летникова. Новосибирск, 1980. 27. *Абрамович И. И., Клушин И. Г.* Геодинамика и металлогения складчатых областей. Л., 1986. 28. *Дубровский С. А.* Феноменологические модели и нелинейная динамика металлургических процессов // Теория и технология производства чугуна и стали: Сб. трудов Липец. ун-та. Липецк, 2000. 29. *Богдашкин Н. Н., Голубев О. В., Дубровский С. А.* и др. Нелинейная динамика химических превращений в шахте доменной печи // Там же. 30. *Бокштейн Б. С.* Термодиффузия // Сороск. образоват. журн. 1999. № 4. 31. *Зельдович Я. Б., Мышкис А. Д.* Элементы математической физики. М., 1963. 32. *Русинов В. Л.* Базификсация земной коры как механизм взаимодействия коры и мантии // Вестн. Отдел. геол., геохим., геофиз. и горного дела РАН. 2001. № 2 (16). 33. *Колмогоров А. Н., Петровский Н. Г., Пискунов Н. С.* Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием вещества, и его применение к одной биологической проблеме // Бюл. Моск. ун-та. Сер. А. Математика и механика. 1936. Т. 1, № 6. 34. *Шустер Г.* Детерминированный хаос / Пер. с англ. Ю. А. Данилова; Под ред. Ю. Л. Климонтовича. М., 1988. 35. *Берже П., Пимо И., Видаль К.* Порядок в хаосе / Пер. с англ. Ю. А. Данилова. М., 1991. 36. *Фейгенбаум М.* Универсальность в поведении нелинейных систем // Успехи физ. наук. 1983. Т. 141, № 2. 37. *Кроновер Р. М.* Фракталы и хаос в динамических системах / Пер. с англ. Т. Э. Кренкеля и А. Л. Соловейчика; Под ред. Т. Э. Кренкеля. М., 2000. 38. *Mandelbrot B.* The fractal geometry of nature. San Francisco, 1982. 39. *Feller W.* // Ann. Math. Statist. 1951. Vol. 22. 40. *Pisakin B. N., Dech V. N., Priyatkin A. A.* Density modelling of Bushveld layered mafic-ultramafic intrusion // Theophrastus Contributions to advanced studies in geology. St. Petersburg; Athens, 2000. 41. *Vermaak C. F., von Gruenewaldt G.* Introduction to the Bushveld complex // Mineral deposits of Southern Africa. 1986. 42. *Viljoen M. J., Hieber R.* The Rustenburg Section of Rustenburg Platinaus, with reference to the Merensky reef // Ibid. 43. *Афанасьева Н. М.* Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физ. наук. 1996. Т. 166, № 11. 44. *Torrence Ch.* A practical guide to Wavelet analysis // Bull. of the Amer. Meteorol. Soc. 1998. 45. *Летников Ф. А.* Расслоенные магматические тела как результат проявления процессов самоорганизации // Петрология. 2001. № 3.

Статья поступила в редакцию 10 апреля 2004 г.