

ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ОСВОЕНИЯ СЕВЕРНЫХ ТЕРРИТОРИЙ

УДК 532

М.П. Рожина¹

СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ НА ПРИМЕРЕ ПРЕСНОВОДНОГО ЛЬДА

SEISMIC WAVES IN THE ANISOTROPIC ENVIRONMENT ON THE EXAMPLE OF FRESHWATER ICE

В данной статье получен численный алгоритм, используемый для решения задачи об упругом деформировании. Так как пресный лед обладает анизотропными свойствами, в качестве примера рассмотрен поликристаллический пресный лед (озерный). Была решена задача Лэмба для среды с константами пресного льда. Сравнение волновых картин в монокристаллах льда и цинка. Было рассчитано волновое поле от падения плоской волны на модельную среду, для демонстрации того, как может повести себя первоначально плоская волна в мезообъеме (агрегате), состоящем из нескольких зерен. Был проведен ряд численных экспериментов по деформированию монокристалла льда для случаев различной ориентации кристаллографической оси.

Ключевые слова: анизотропная среда, гексагональная симметрия, деформирование, ориентация оси, сейсмическая волна, численное моделирование, задача Лэмба.

In this paper, a numerical algorithm is used to solve the problem of elastic deformation. Since unleavened ice has anisotropic properties, polycrystalline fresh ice (lake) is considered as an example. The Lamb problem for a medium with fresh-ice constants was solved. Comparison of wave patterns in single crystals of ice and zinc. A wave field was calculated from the incidence of a plane wave on a model medium, to demonstrate how an initially plane wave in a meso-volume (aggregate) consisting of several grains can behave. A number of numerical experiments were performed to deform the single crystal of ice for the cases of different orientations of the crystallographic axis.

Keywords: anisotropic medium, hexagonal symmetry, deformation, axis orientation, seismic wave, numerical simulation, Lamb problem.

¹ Рожина Мира Петровна – студент, Томский политехнический университет, г.Томск.

E-mail: mira.rozhina@mail.ru

Rozhina Mira – student, Tomsk Polytechnic University, Tomsk.

Традиционно ледовые проблемы связаны с освоением полярных районов земного шара и практической деятельностью человека в умеренных поясах в зимних условиях. Понимание поведения льда важно при рассмотрении таких проблем, как использование ледяного покрова акваторий, строительство изо льда, защита водозаборных и гидротехнических сооружений от воздействия льда, добыча нефти и газа в зоне шельфа северных и восточных морей и районах вечной мерзлоты итд. Все больший интерес представляют исследования поведения пресного льда на мезоуровне.

В данной статье получен численный алгоритм, используемый для решения задачи об упругом деформировании. Так как пресный лед обладает анизотропными свойствами, в качестве примера рассмотрен поликристаллический пресный лед (озерный).

Лед как анизотропная среда.

Пресный лед является одним из самых распространенных материалов на Земле. Лед как материал или как физическое тело обладает особыми свойствами, являясь самым низкотемпературным и неустойчивым минералом. Его прочностные свойства, как и его физические константы, в значительной степени определяются содержанием воздушных и солевых включений, размерами и формой кристаллов, их пространственной ориентировкой и степенью упорядоченности. Это важный материал в науке о Земле и в инженерном деле, и в то же время полезный модельный материал в фундаментальных исследованиях в области механики деформируемого твердого тела [9].

Выберем для рассмотрения озерный лед, который отличается достаточно высокой чистотой и имеет ярко выраженную столбчатую структуру.

Было установлено, что лед $1h$ относится к кристаллам гексагональной сингонии [10]. На рис. 1(a) показана схема кристаллической структуры льда $1h$.

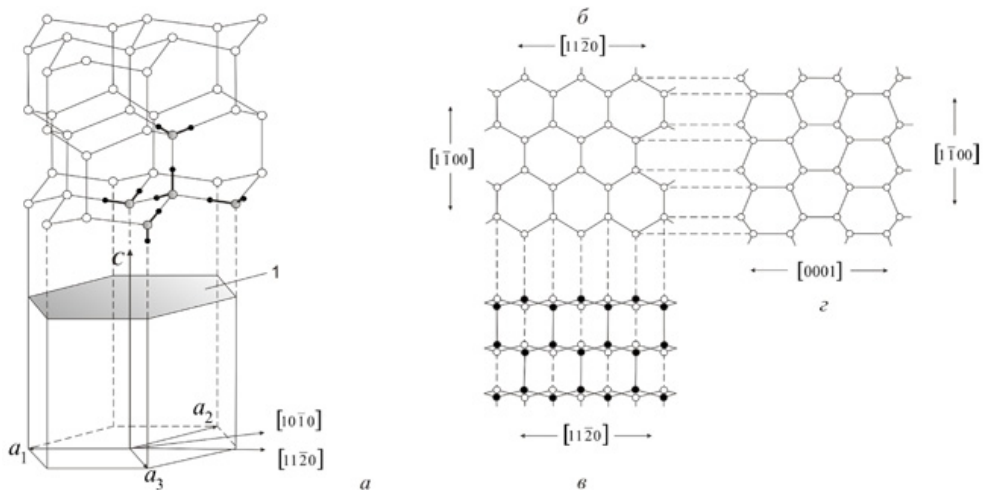


Рис. 1. Кристаллическая структура пресного льда: а – пространственная решетка, б, в, г – проекции кристаллической решетки в трех направлениях, 1 – базисная плоскость.

Восстановлено с дополнениями из [8]

Характерной особенностью структуры льда является то, что в ней молекулы упакованы рыхло и образуют слои, причем каждая из них связана с тремя молекулами, принадлежащими к тому же слою, и с одной – из соседнего слоя [8]. Структура льда принадлежит к наименее плотным структурам, в ней существуют пустоты, размеры которых несколько превышают размеры молекулы (рис. 1 - б и г).

Неравномерность роста льда относительно С-оси определяет анизотропию физических свойств монокристалла льда. Одним из характерных свойств кристаллов вообще является анизотропия их упругих свойств.

Исследования альbedo озерного льда (альbedo – величина, характеризующая полную отражательную способность ледяного (снежного) покрова) указывают на кристаллическое строение льда с двумя основными ориентациями главной оси – вертикальной и горизонтальной.

Неравномерность роста льда относительно С-оси определяет анизотропию физических свойств монокристалла льда. Одним из характерных свойств кристаллов вообще является анизотропия их упругих свойств.

Исследования альbedo озерного льда (альbedo – величина, характеризующая полную отражательную способность ледяного (снежного) покрова) указывают на кристаллическое строение льда с двумя основными ориентациями главной оси – вертикальной и горизонтальной.

На рис. 2 приводим пример фотографии озера Петерс (Аляска) [8], где светлые участки льда соответствуют вертикальной ориентации оси С относительно поверхности замерзания, темные – горизонтальной ориентации этой оси. Как видно, горизонтальная ориентация оси С имеет преимущество.

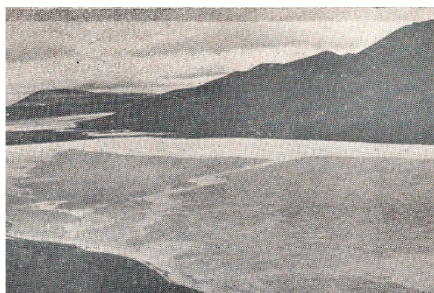


Рис. 2. Фотография поверхности льда на озере Петерс (Аляска).
Светлые участки льда - вертикальная ориентация оси С,
темные – горизонтальная ориентация этой оси [8]

Основные типы роста кристаллов льда представлены на рис. 3 [1]. Такое строение ледового покрова характерно для пресных водоемов, озер и рек со слабым течением [6]. Размеры кристаллов (зерен) в вертикальном сечении обычно от 0.5 до 10 см и больше, а в горизонтальном сечении – от 0.1 до 1 см и больше.

Если озерный лед можно считать относительно чистым поликристаллическим, то для такого льда характерны два вида «начальной» анизотропии: текстурная, об-

условленная формой и расположением кристаллов (или зависимостью границ прилегания кристаллов друг к другу) и *структурная*, связанная с наличием предпочтительной ориентации кристаллографических С-осей.

Текстурная анизотропия хорошо проявляется при температуре, много выше 0°C, когда кристаллы имеют возможность более легко скользить относительно друг друга.

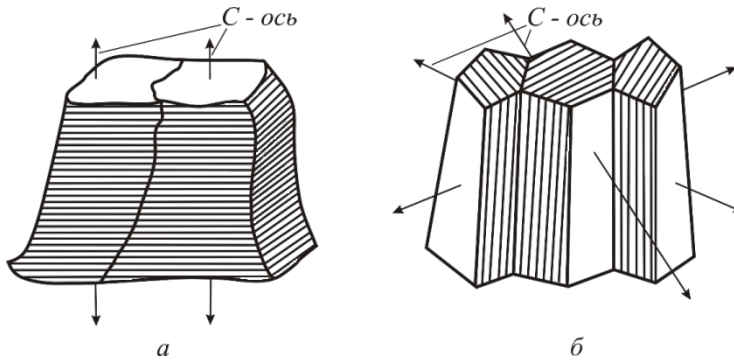


Рис. 3. Основные типы роста кристаллов озерного льда в зависимости от градиента температуры на поверхности раздела вода-лед: а) вертикальная ориентация оси С, б) горизонтальная ориентация оси С. Штриховкой обозначены базисные плоскости кристаллов. Восстановлено из [1]

Структурная анизотропия наблюдается в случае, когда напряжение сдвига направлено вдоль преимущественного направления базисных плоскостей, если это имеет место во льду [9].

Многочисленные исследования льда показали, что прочность сильно зависит от температуры, которая, зависит от географического положения района и от гидрометеорологических или лабораторных условий.

Упругое деформирование пресного льда.

Для тестирования алгоритмов была решена задача Лэмба для среды с константами пресного льда. Среда моделируется прямоугольником 200x100 (расчетных ячеек).

На небольшую область верхней стороны прямоугольника (4x2 расчетных ячеек), моделирующего среду, действует источник возмущения – импульс Рикера $z = 2\pi f \sqrt{e}(-(t-T)) e^{-2(\pi f(t-T))^2}$ [11] с частотой 150 Гц.

На рис. 4 показана волновая картина скоростей смещений в монокристалле льда. Сравним полученное волновое поле с волновым полем задачи Лэмба в монокристалле цинка (рис. 5).

В результате расчета, как и в цинке, выявлены следующие волны: *P* – квазипродольная, *SV* – квазипоперечная, *C* – коническая и *R* – волна Рэлея. Как и на рисунке 5, на рисунке 4 видны области рефракции *З* – это области неоднозначности волновых поверхностей. Если провести луч из точки излучения вертикально вниз ($\Theta = 0$), то, двигаясь по лучу, мы встретим квазипоперечные колебания, распространяющиеся разными скоростями, затем – продольные колебания.

Сравнение волновых картин в монокристаллах льда и цинка показывает, что во льду наблюдаются особенности волнового поля, характерные для кристаллов гексагональной сингонии.

Отметим здесь, что степень упругой анизотропии кристаллов измеряется безразмерным соотношением $A = \frac{2C_{44}}{C_{11} - C_{12}}$ [7], для льда $A \approx 0,94$.

На рис. 6 приведены кривые фазовых скоростей и медленностей для монокристалла льда в полярной плоскости.

Видно, что кривая медленности для продольной скорости в монокристалле льда –выпуклая фигура, поэтому фронт продольной волны всюду однозначен, а для поперечной волны медленность имеет участки вогнутости, и если мы будем восстанавливать нормали на этих участках, то нормали будут пресекаться. Это означает, что для лучей, выходящих из центра воздействия и принадлежащих некоторым областям, существует более одного фронта поперечной волны, то есть волновые поверхности неоднозначны.

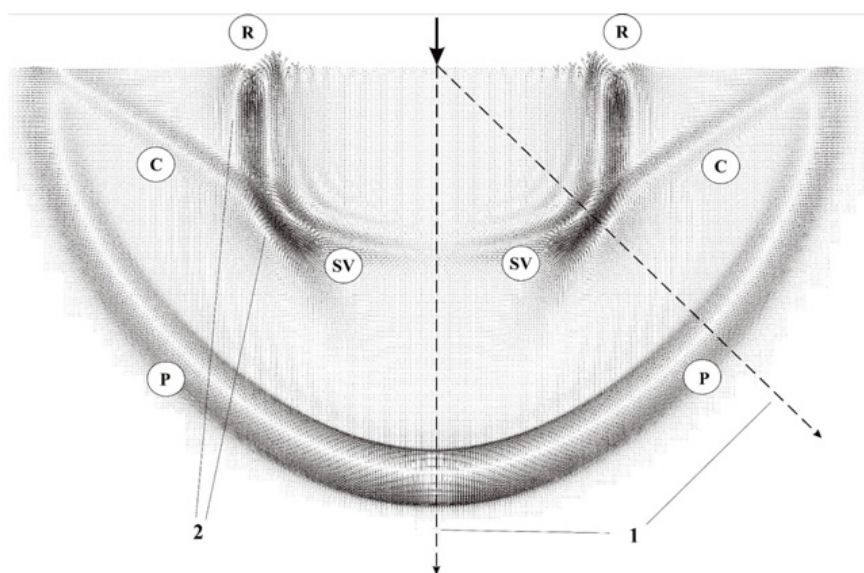


Рис. 4. Задача Лэмба для монокристалла пресного льда: P – продольная волна, SV – поперечная волна, R – волна Рэлея, C – «коническая волна»;
1 – лучи, проведенные из точки излучения,
2 – области неоднозначности волновых поверхностей (области рефракции)

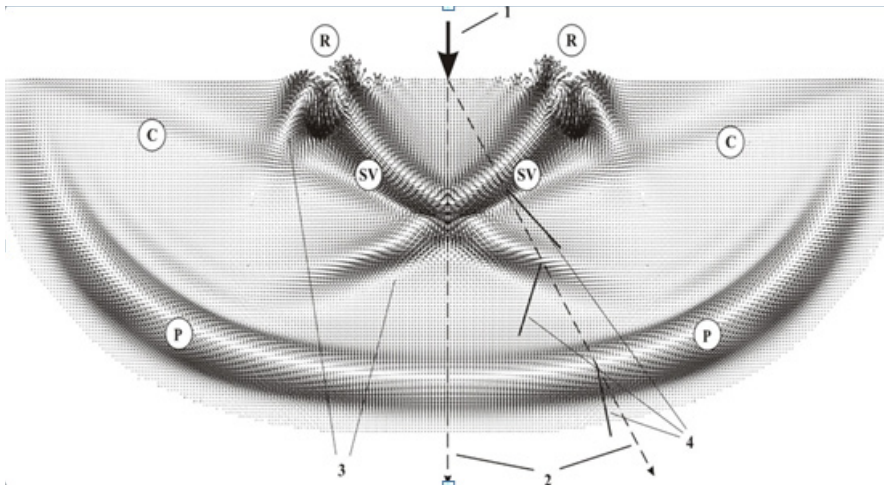


Рис. 5. Задача Лэмба для монокристалла цинка:

P – квазипродольная волна, SV – квазипоперечная волна,
 R – волна Рэлея, C – «коническая волна»; 1 – источник возмущений,
 2 – лучи, проведенные из точки излучения, 3 – области рефракции,
 4 – нормали к фронтам в месте пересечения последних с лучами 2

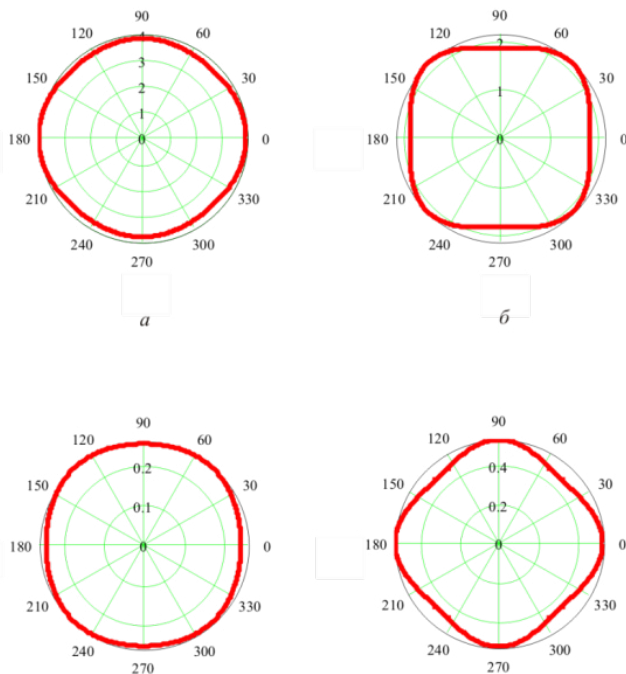


Рис. 6. Кривые фазовых скоростей v_1 (а) и v_2 (б), кривые медленностей $1/v_1$ (в) и $1/v_2$ (г)
 для монокристалла пресного льда в полярной плоскости

Перейдем к рассмотрению поликристаллического пресного льда. Как было сказано выше, озерный лед имеет столбчатое строение, причем ориентация кристаллов преимущественно горизонтальная. На рис. 7 приведено схематическое изображение такого льда.

Как видно из рисунка, каждый кристалл развит в плоскостях, перпендикулярных кристаллографической оси C . Оси C кристаллов ориентированы различно и компланарны лабораторным осям X и Z .

Для кристаллов гексагональной сингонии, к которым относится и пресный лед, ось C всегда совмещается с осью x_3 , которая или коллинеарна лабораторной оси Z , или повернута относительно этой оси на некоторый угол.

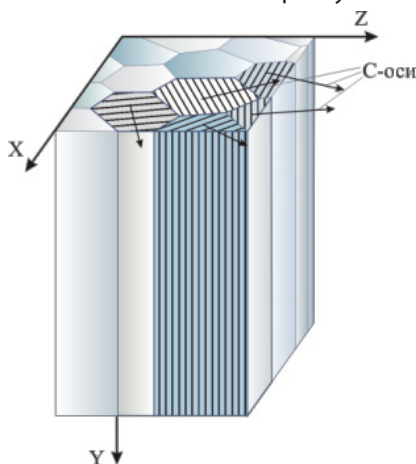


Рис. 7. Схема столбчатого поликристаллического льда с горизонтальной ориентацией кристаллов

Наибольшая анизотропия упругих свойств гексагонального монокристалла проявляется в плоскости x_1x_3 (XZ). Кроме того, лед в естественных водоемах находится в стесненном состоянии, испытывая деформацию от колебаний температуры воздуха [2], от воды, которая представляет собой упругое основание [6], от приливов-отливов, от деформаций берегов и т.д. Берега образуют своего рода «бандаж», который ограничивает ледовый покров при деформировании (например, от перепада температур, влияния ветра и др.), вследствие чего лед находится в условиях плоской деформации [3].

Эту ситуацию на рисунке можно пояснить так: если приложить нагрузку (от влияния берегов или температуры) к любому сечению, параллельному плоскости XZ , то сечение окажется в условиях плоской деформации.

Таким образом, моделирование процессов деформирования мезообъема пресного льда в плоскости XZ представляется естественным.

Для демонстрации того, как может повести себя первоначально плоская волна в мезообъеме (агрегате), состоящем из нескольких зерен, было рассчитано волновое поле от падения плоской волны на модельную среду. Модельная среда задается

прямоугольником, состоящим из основной среды и девяти различно ориентированных кристаллов (зерен) льда. Основная среда – гексагональный лед с осью C , коллинеарной оси Z . Температуру считаем постоянной в условиях данной задачи, равной -10°C . Исходный сигнал – импульс Рикера.

На рис. 8 приводится модельная среда с наложенным на нее численным снимком векторов скоростей смещения в различные моменты времени. Хорошо видно влияние структуры агрегата на первоначально плоский фронт: волновая картина существенно осложнена волнами дифракции.

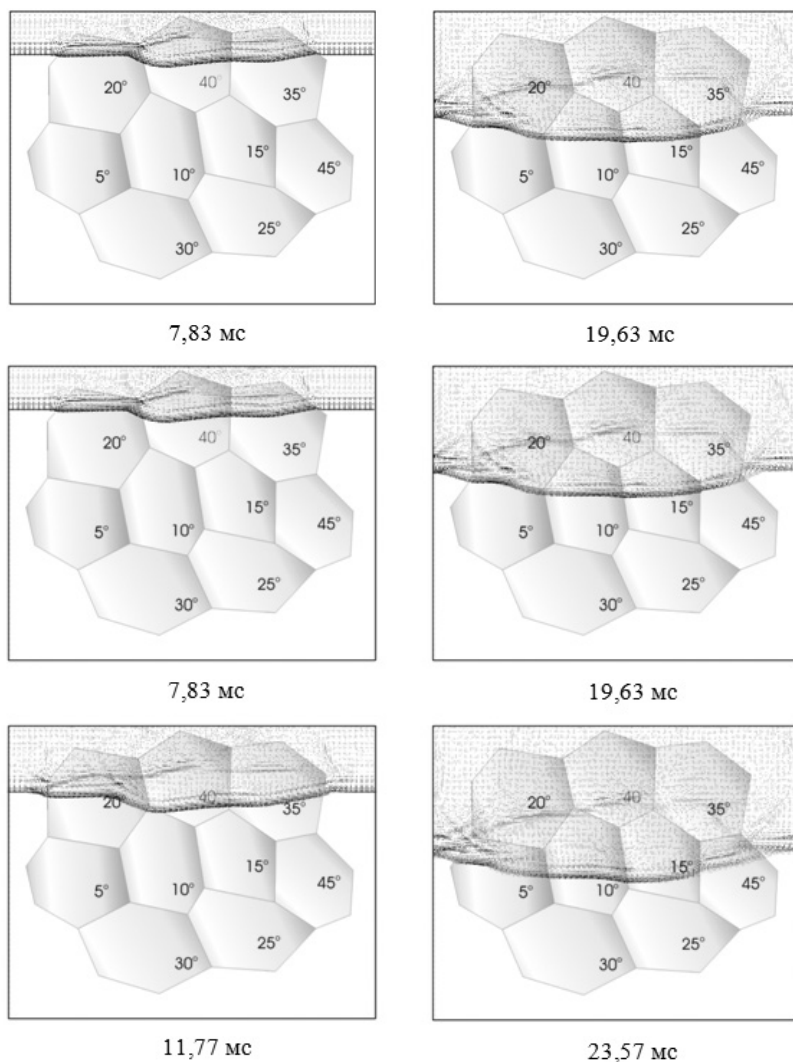


Рис. 8. Волновое поле в мезообъеме льда в различные моменты времени

Подчеркнем, что здесь все 9 кристаллов – одно вещество – лед, исходные модули упругости во всех 9 кристаллах идентичны. Но различные повороты (от 5° до 45°) порождают в матрице различные компоненты, и исходными данными для расчета явились 9 матриц упругих модулей.

Здесь уместно сделать замечание о скорости распространения волн в однородной и неоднородной средах. Однозначного ответа на вопрос, где волна распространяется быстрее, а где – медленнее, нет. Неоднородность может являться фактором как замедляющим, так и ускоряющим распространение возмущений. В нашем случае скорость распространения волны будет зависеть от угла ориентации кристаллографической оси отдельной неоднородности агрегата.

Так, в повернутом монокристалле льда скорость распространения продольной волны в направлении оси X равна $V_{p_x} = \sqrt{\frac{c_{11}}{\rho}} = 1989.7$ м/с, в направлении оси Z равна $V_{p_z} = \sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}} = 4043.1$ м/с. Средняя скорость распространения продольной волны в направлении оси Z в агрегате по нашим расчетам равна $V_{p_z} \approx 3800$ м/с.

Таким образом, сравнение скоростей распространения продольной волны в монокристалле льда и в мезообъеме, состоящем из нескольких разноориентированных монокристаллов льда, показало следующее.

Если основной средой (без поворота) считать монокристаллический лед, у которого кристаллографическая ось составляет угол 0° с направлением нагрузки, то осредненная скорость продольной волны в агрегате меньше, чем в монокристалле. Если основная среда – монокристалл, у которого кристаллографическая ось составляет с направлением нагрузки 90°, осредненная скорость продольной волны в агрегате выше, чем в монокристалле.

В структуре пресного льда имеют место плоскости наиболее плотной упаковки молекул, которые называются базисными плоскостями. В 1920-х годах, английский физик Макконнел предположил, что монокристалл льда представляет собой некую стопку листов, сложенных таким образом, что направлению оси C соответствует толщина стопки. Если приложить к этой стопке сдвигающую силу, параллельную плоскости листов, то листы начинают скользить, и монокристалл легко деформируется, но если сила приложена так, что сдвиг листов не возникает, то деформации не наблюдается [4].

На рис. 9 изображены картинки, поясняющие эксперименты Макконнела по изгибу ледяного стержня, к которому приложена распределенная нагрузка. В эксперименте (а) линия действия нагрузки параллельна оси C монокристалла, в эксперименте (б) нагрузка действует перпендикулярно той же оси.

Лабораторные эксперименты по деформированию льда, выполненные Накаей, были взяты за основу численного моделирования деформирования монокристаллов льда французским исследователем Мансьем Ф. [12].

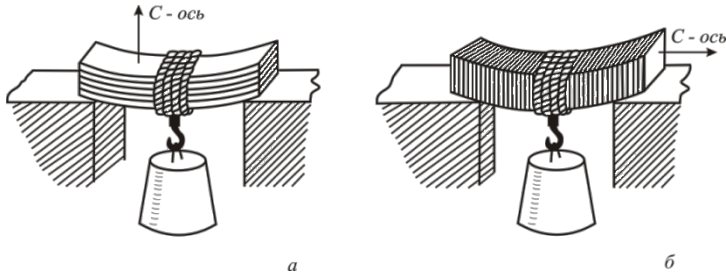


Рис. 9. Опыты Макконнела: а) вертикальная ориентация С-оси, б) горизонтальная ориентация С-оси. Восстановлено с изменениями из [7]

Мансюем Ф. проводился ряд численных экспериментов по изгибу монокристаллов льда с различной ориентацией кристаллографической оси С методом конечных элементов.

На рис. 10 приведена схема численного эксперимента. Принято жесткое закрепление образца на опорах, как и в опытах Накаи. Стрелкой сверху обозначена приложенная вдавливающая нагрузка, интенсивность нагрузки автором в этом эксперименте не указана.

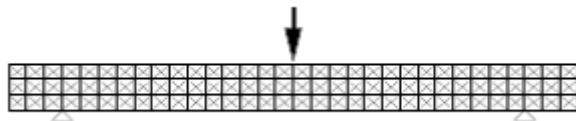


Рис. 10. Схема численного эксперимента из работы [12]

На рис. 11 приведен численный снимок поля сдвиговых напряжений в монокристаллическом образце пресного льда (ось С параллельна оси нагружения). Напряжения принимают значения от -13 МПа до 13 МПа. Белый цвет соответствует нулевому сдвиговому напряжению, красный – положительному, синий – отрицательному. Как и в натуральных экспериментах Накаи, наблюдается прогиб образца относительно опор. Для случая, когда ось С перпендикулярна оси нагружения, для данной постановки задачи результаты в работе [12] отсутствуют.

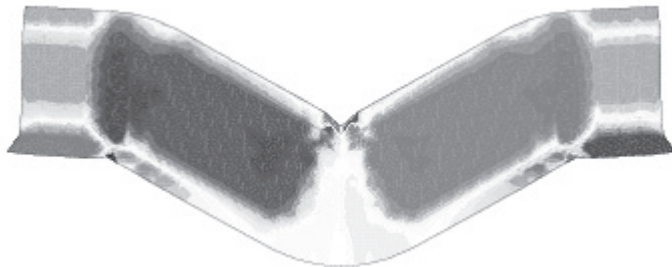


Рис. 11. Численный снимок сдвиговых напряжений из работы [12]

Был проведен ряд численных экспериментов по деформированию монокристалла льда для случаев различной ориентации кристаллографической оси. Принималось, что лед находится в условиях плоской деформации [3, 9] в рамках упруго-хрупкой модели, основные соотношения которой приведены в п. 2.2 диссертационной работы [5].

На рис. 12 приведена геометрия задачи о деформировании монокристалла льда под действием вдавливающей нагрузки для трех случаев: а) ось Сколлинеарна оси действия нагрузки, б) ось С перпендикулярна оси действия нагрузки, в) ось С составляет с осью действия нагрузки угол 30° .

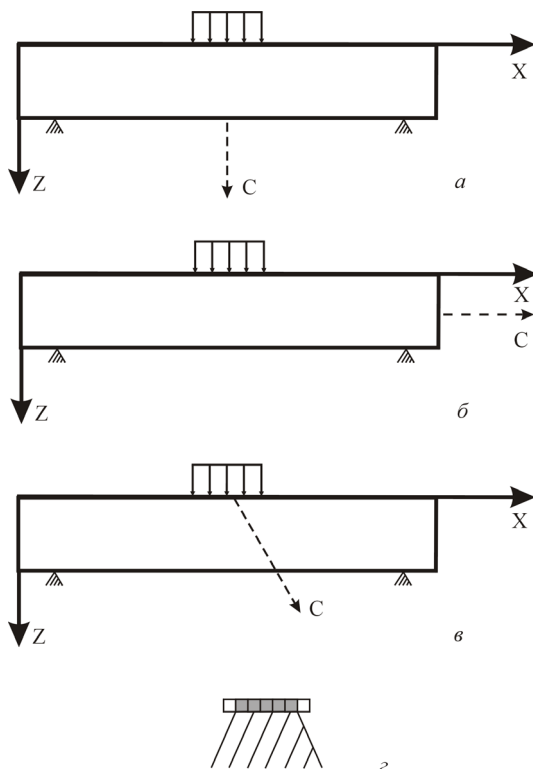


Рис. 12. Геометрия задачи упругого деформирования монокристалла льда.

Ось С составляет с осью действия нагрузки углы: а) 0° , б) 90° , в) 30° ;

z – место жесткого контакта образца с опорой (серым закрашены расчетные ячейки)

Сопоставление результатов численных экспериментов, проведенных в диссертационной работе, с имеющимися данными лабораторных [4] и численных [12] экспериментов показывает хорошее качественное и количественное соответствие. Таким образом, разработанная методика численного расчета поведения анизотропных сред при деформировании позволяет достаточно адекватно описывать деформационный отклик поликристаллической среды на мезоуровне, т.е. для нескольких кристаллов, с учетом различной ориентации последних.

Выводы.

В работе рассмотрены анизотропные среды, состоящие из гексагональных кристаллов произвольной ориентации, и особенности динамических процессов деформирования в этих средах. В качестве объекта исследования взят анизотропный озерный лед.

Таким образом, озерный лед представляет интерес как доступный природный модельный материал для изучения различных физических процессов.

Литература

1. Богородский, В.В. Лед. Физические свойства. Современные методы гляциологии / В.В. Богородский. – Ленинград : Гидрометеиздат, 1980. – 384 с.
2. Дучков, А.Д. Температурный режим льда оз. Байкал и связанные с ним внутренние напряжения и смещения в ледяной плите / А.Д. Дучков, В.Е. Истомин, С.А. Казанцев // Физическая мезомеханика – 2007. – Т.10, № 1. – С. 87-92.
3. Епифанов, В.П. Вязкость разрушения пресного льда / В.П. Епифанов, Р.В. Юрьев // Доклады Академии наук. – 2006. – Т.406, № 2. – С. 187-191.
4. Маэно, Н. Наука о льде / Н. Маэно. – Москва : Мир, 1988. – 229 с.
5. Мельникова, Н.А. Численное моделирование деформирования и разрушения анизотропных средств: дис. ... канд. физ-мат. наук. 01.02.04 / Н.А. Мельникова. – Томск : Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, 2010. – 165 с.
6. Песчанский, И.С. Ледоведение и ледотехника / И.С. Песчанский. – Ленинград : Гидрометеиздат, 1967. – 461 с.
7. Сиротин, Ю.И. Основы кристаллофизики / Ю.И. Сиротин, М.П. Шаскольская. – Москва : Наука, 1975. – 680 с.
8. Уикс, У.Ф., Асур, А. Разрушение озерного и морского льда: в 7 т. / под ред. Г. Либовица. – Москва : Мир, 1975. – т.1., ч.1. – С. 513-623.
9. Физика и механика льда / под ред. П. Трюде – Москва : Мир, 1983. – Вып. 30. – 348 с.
10. Barnes, W.H. The crystal structure of ice between 0 C. and -183 C. / W.H. Barnes // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character. – 1929. – vol. 125, iss. 799. - P. 670-693.
11. Nielsen, P. Numerical modelling of seismic waves: on the elimination of grid artifact / P. Nielsen // Norsk Hydro Research Center, N-5020, Bergen, Norway, 1994. – 47 p.
12. Mansuy, P. Contribution à l'étude du comportement viscoplastique d'un multicristal de glace: hétérogénéité de la déformation et localisation, expériences et modèles. Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier / P. Mansuy. – Grenoble I. 2001.

References

1. Bogorodsky, V.V. Ice. Physical properties. Modern methods of glaciology / V.V. Bogorodsky. – Leningrad : Gidrometeoizdat, 1980. – 384 p.
2. Duchkov, A.D. Temperature conditions of ice lake. Baikal and associated internal stresses and displacements in the ice plate / A.D. Duchkov, V.E. Istomin, S.A. Kazantsev // Physical Mesomechanics - 2007. - Vol.10, No. 1. - P. 87-92.

3. Epifanov, V.P. Viscosity of the destruction of fresh ice / VP. Epifanov, R.V. Yuriev // Reports of the Academy of Sciences. – 2006. – Vol.406, No 2. – P. 187-191.
4. Maeno, N. Science of ice / N. Maeno. – Moscow : Mir, 1988. – 229 p.
5. Melnikova, N.A. Numerical modeling of deformation and destruction of anisotropic means: dis. ... Cand. Physical.-mat/ sciences. 01.02.04 / N.A. Melnikov. – Tomsk : Institute of Strength Physics and Materials Science SB RAS, 2010. – 165 p.
6. Peschansky, I.S. Ice science and ice technology / I.S. Peschansky. – Leningrad : Gidrometeoizdat, 1967. – 461 p.
7. Sirotin, Yu.I. Basics of crystal physics / Yu.I. Sirotin, M.P. Shaskolskaya. – Moscow : Science, 1975. – 680 p.
8. Weeks, W. F., Asur, A. Destruction of lake and sea ice: in 7 iss. / ed. G. Libovitsa. - Moscow : Mir, 1975. - vol.1., part 1. - P. 513-623.
9. Physics and mechanics of ice / ed. P. Trude. – Moscow : Mir, 1983. - Vol. 30. - 348 p.
10. Barnes, W.H. Crystal structure of ice between 0 C. and -183 C. / W.H. Barnes // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematics and Mathematical Character. – 1929. – vol. 125, iss. 799. – P. 670-693.
11. Nielsen, P. Numerical Modeling of the Seismic waves: Nitro Hydro Research Center, N-5020, Bergen, Norway, 1994. – 47 p.
12. Mansuy P. Contribution to the study of the viscoplastic behavior of a multicrystal of glase: heterogeneity of the deformation and localization, experiments and models. PhD thesis of Joseph Fourier University / P. Mansuy. – Grenoble I. 2001.