

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ
SHORT COMMUNICATIONS

УДК 551.24.01

ИЗМЕНЕНИЕ РЕЛЬЕФА ОРОГЕНА КАК РЕЗУЛЬТАТ ВЯЗКОГО ТЕЧЕНИЯ

В.В. Кормильцев*, А.Н. Мезенцев**, К.С. Иванов***, А.Н. Ратушняк*

*Институт геофизики УрО РАН

620016, г. Екатеринбург, ул. Амудсена, 100

E-mail: geo_info@mail.ru

**Уральский государственный горный университет

620144, г. Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30

E-mail: office@usmga.ru

***Институт геологии и геохимии УрО РАН

620155, г. Екатеринбург, Почтовый пер., 7

E-mail: ivanovks@igg.uran.ru

Поступила в редакцию 22 июля 2007 г.

Предложено рассматривать массоперенос в верхней части земной коры как течение изотропной вязкой жидкости. В качестве примера рассмотрено движение свободной поверхности под действием силы тяжести при симметричном начальном рельефе.

Ключевые слова: *земная кора, вязкое течение, зоны пластических деформаций.*

THE OROGEN'S RELIEF CHANGE AS A RESULT OF THE VISCOUS FLOW

V.V. Kormiltsev*, A.N. Mezentsev**, K.S. Ivanov***, A.N. Ratushniak*

*Institute of Geophysics, Urals Branch of RAS

**Urals State Mining University

***Institute of Geology and Geochemistry, Urals Branch of RAS

It is suggested to consider the mass transfer in the upper layer of the Earth's crust as a flow of isotropic viscous liquid. The movement of a free surface under the gravity action in the case of symmetric initial relieve is considered as an example.

Key words: *Earth's crust, viscous flow, shear zones.*

Полагая рельефообразующие массы упругим телом, можно определить напряжения, возникающие под действием силы тяжести, а также обусловленные движением блоков его основания [Григорьев, Никитина, 1995]. Такое рассмотрение весьма полезно в горной механике и сейсмологии, однако оно статично и не эволюционно с точки зрения геодинамики, как теории геологического развития. Как известно, геологические скорости деформации обычно составляют 10^{-14} - 10^{-15} с⁻¹, что соответствует абсолютным скоростям перемещения геологических масс (миллиметры-первые сантиметры в год). При таких малых скоростях деформации горные породы по своим свойствам приближа-

ются к вязкой жидкости. В последние десятилетия в Альпах, Аппалачах, на Урале и большинстве других регионов мира установлено широкое развитие зон интенсивных сдвиговых пластических деформаций [Тектоническая..., 1980; Тектоническая..., 1982; Динамика..., 1986; Изучение..., 1987; Проблемы..., 1987; Григорьев, Никитина, 1995; Иванов С., Иванов К., 1996; Иванов К., 1998]. Структурные исследования таких зон (shear zones) показали, что практически все литифицированные горные породы подвержены в той или иной степени пластическому течению. В частности, горный рельеф в отсутствии восходящих орогенических движений необратимо изменяется, подвер-

гаясь денудации и пенеппенизации. При этом массоперенос осуществляется вследствие поверхностного сноса (эрозии), обрушений и оползней, которые в геологическом масштабе времени можно рассматривать как непрерывный процесс. Вероятно, массоперенос захватывает весь объем рельефообразующих масс, о чем свидетельствуют следы вязкого течения в полосчатых текстурах. Уподобим весь массоперенос в целом вязкому течению, что позволит формально определить эффективную вязкость в верхней части земной коры. Впоследствии эти формальные оценки можно будет уточнить, придав эрозионному слою пониженную вязкость, и использовать в вязкой модели, охватывающей земную кору в целом и астеносферу. Таким образом, решаемая ниже задача является постановочной в ряду последующих задач, где будут рассчитаны реологически неоднородные модели, в том числе созданная с учетом роли флюидов модель, характеризующаяся пониженной вязкостью пород на глубинах 9-12 км [Ivanov S., Ivanov K., 1993; Иванов С., 1998].

Постановка задачи

Рассмотрим движение свободной поверхности вязких масс под действием силы тяжести. Двумерное возвышение рельефа в начальный момент времени имеет вид (рис. 1)

$$H(0, x) = -h \frac{x_0^2}{x_0^2 + x^2} = -h \int_0^\infty e^{-s} \cdot \cos\left(s \frac{x}{x_0}\right) ds$$

где h – максимальное поднятие, m , x_0 – расстояние от оси хребта до точки, в которой его высота снижается наполовину $H(0, x_0) = -h/2$.

Пренебрежем инерциальными силами, будем считать вязкие массы несжимаемыми, а скорость их движения – $v = v_x \cdot I + v_z \cdot k$ – малой и параметрически зависящей от времени.

Уравнения неразрывности и Навье-Стокса для ламинарного течения имеют вид (ось z направлена вниз)

$$\left. \begin{aligned} 0 &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right), \\ 0 &= -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

Здесь P – давление [Па], μ – динамическая вязкость [Па·с], g – ускорение силы тяжести [$m \cdot c^{-2}$], ρ – плотность [$кг \cdot м^{-3}$].

На свободной поверхности вязких масс при $z = H(t, x)$ в любой момент времени должны выполняться условия равенства напряжений нулю [Ландау, Лифшиц, 1986], а именно

$$\left. \begin{aligned} \left(P - 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) n_z - \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) n_x &= 0, \\ \left(P - 2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) n_x - \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) n_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь n – нормаль к поверхности. Обозначим высоту рельефа при $t \geq 0$ как $H(t, x) > H(0, x)$. Ограничимся случаем $h < x_0$ и $H(t, x) \ll x_0$, когда $n_z \approx 1$ и $n_x \approx 0$. Тогда граничные условия (3) упростятся и примут вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} &= 0, \\ P - 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Решение уравнений и расчетные формулы

Применим схему решения, аналогичную той, которая использована в [Теркот, Шуберт, 1985] для расчета послеледникового поднятия. Удовлетворяя уравнению неразрывности (2), ищем решение в виде

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \int_0^\infty [a(s) - b(s) + b(s)sz/x_0] \exp(-sz/x_0) \sin(sx/x_0) ds, \\ v_z &= \int_0^\infty [a(s) + b(s)sz/x_0] \exp(-sz/x_0) \cos(sx/x_0) ds, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$P = \rho g z + \int_0^\infty p(s) \exp(-sz/x_0) \sin(sx/x_0) ds.$$

Тогда каждое из уравнений (1) дает $p(s) = 2\mu b(s) \cdot s/x_0$. Согласно первому из граничных условий (4)

$$b(s) - a(s) - b(s)sz/x_0 \Big|_{z=H(t,x)} = 0$$

или, в соответствии со сделанным выбором отношения вертикального и горизонтального размеров структуры, $b(s) = a(s)$.

Подставляя найденные значения коэффициентов во второе граничное условие (4), получим

$$\rho g H(t, x) + 2\mu \int_0^\infty b(s) s / x_0 \cdot \cos(sx/x_0) ds = 0. \quad (6)$$

Отсюда, поскольку по определению $dH(t, x)/dt = v_z$ при $z = H(t, x)$, находим

$$\frac{\partial b(s)}{\partial t} = -\frac{\rho g x_0}{2\mu s} b(s)$$

и в результате

$$H(t, x) = -h \int_0^\infty \exp(-s - t/\tau s) \cos(sx/x_0) ds, \quad (7)$$

или [Прудников и др., 1981]

$$H(t, x) = -h\sqrt{\frac{t}{\tau}} \cdot \left[(1 + ix/x_0)^{-1/2} \cdot K_1 \left(2\sqrt{\frac{t}{\tau}} \cdot \sqrt{1 + ix/x_0} \right) + (1 - ix/x_0)^{-1/2} \cdot K_1 \left(2\sqrt{\frac{t}{\tau}} \cdot \sqrt{1 - ix/x_0} \right) \right], \quad (8)$$

компоненты тензора напряжений при $z \geq H(t, x)$

$$\sigma_{xx} = P - 2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} = \rho g [z + h(M_1^+ - z/x_0 M_2^+)]$$

$$\sigma_{zz} = P - 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} = \rho g [z + h(M_1^+ + z/x_0 M_2^+)] \quad (9)$$

$$\sigma_{xz} = -\mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \rho g h z / x_0 M_2^-,$$

$$P = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{zz}}{2} = \rho g [z + hM_1^+]$$

где $\tau = 2\mu / \rho g x_0$, $i = \sqrt{-1}$

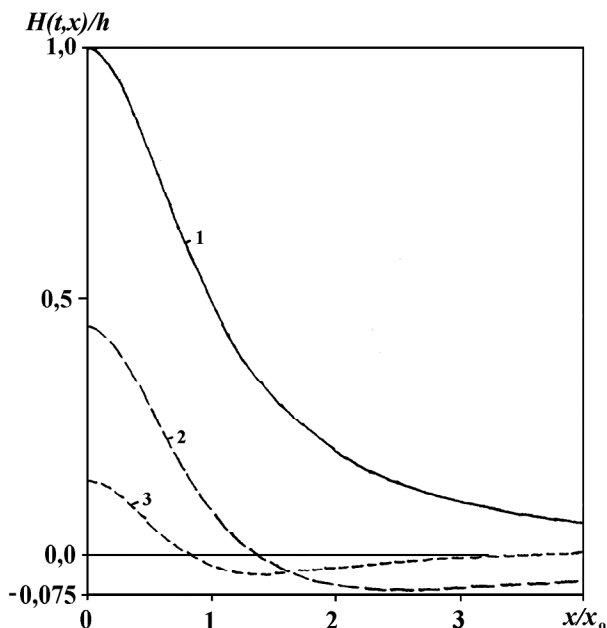
$$M_n^+ = \left(\frac{t}{\tau} \right)^{n/2} \left[\alpha_1^{-n/2} K_n \left(2\sqrt{\frac{t}{\tau}} \alpha_1 \right) + \alpha_2^{-n/2} K_n \left(2\sqrt{\frac{t}{\tau}} \alpha_2 \right) \right]$$

$$M_n^- = i \left(\frac{t}{\tau} \right)^{n/2} \left[\alpha_1^{-n/2} K_n \left(2\sqrt{\frac{t}{\tau}} \alpha_1 \right) - \alpha_2^{-n/2} K_n \left(2\sqrt{\frac{t}{\tau}} \alpha_2 \right) \right]$$

$$\alpha_1 = 1 + (z + ix) / x_0, \quad \alpha_2 = 1 + (z - ix) / x_0$$

$K_n \left(2\sqrt{\frac{t\alpha}{\tau}} \right)$ – модифицированные функции Бесселя 3-го рода (функции Макдональда).

Напряжения (9) на дневной поверхности вследствие приближенности решения не точно равны нулю, а отличаются от нуля на малую величину порядка $(h/x_0)^2$, давление P – на величину порядка (h/x_0) .



Анализ результатов расчетов

На рис. 1 представлены результаты расчета процесса денудации по формуле (8) в безразмерных координатах x/x_0 и $-H(t, x)/h$ в зависимости от безразмерного параметра t/τ . Кривая 1 это первоначальный рельеф $H(0, x)$. Пусть $z = 0$ – уровень моря. Наиболее интересным результатом является переход с течением времени гипсометрических отметок рельефа через нулевой уровень. Таким образом, рядом с хребтом по обе стороны от него образуются сопряженные с ним впадины. При $t/x = 2$, когда осталось 14 % от первоначальной высоты гор, глубина впадины достигает 4,3 %, т.е. одной трети оставшейся высоты. При $m = 10^{23} \text{ Па}\cdot\text{с}$, $\tau = 3 \cdot 10^3 \text{ кг}\cdot\text{м}^3$, $g = 9,81 \text{ м}\cdot\text{с}^{-2}$, $x_0 = 50 \text{ км}$ постоянная времени составляет $t = 4,3 \text{ млн. лет}$. Таким образом, согласно рис. 1, через 9 млн. лет после прекращения восходящих движений первоначальная высота гор, к примеру, 10 км, уменьшится до 1,5 км и в окрестностях будут существовать мелководные бассейны глубиной до 0,5 км. Эта симметричная картина станет асимметричной, если первоначальный рельеф также асимметричен. Тогда впадина возникнет с одной стороны, а именно с той, где склон более крут.

На рис. 2 представлены результаты расчетов напряжений на уровне половины высоты хребта в начальный момент времени $t = 0$. При $x/x_0 = 1$ профиль оборван, поскольку в этой точке он пересекает поверхность и дальнейшие вычисления теряют смысл. Значения напряжений в данной точке характеризуют погрешность сделанных приближений, поскольку все напряжения

Рис. 1. Изменение рельефа в результате вязкого течения при $h/x_0 = 0,2$ в относительном виде.

Цифры на кривых – приведенное время t/τ : 1 – 0,0 (начальный рельеф); 2 – 0,5; 3 – 2,0.

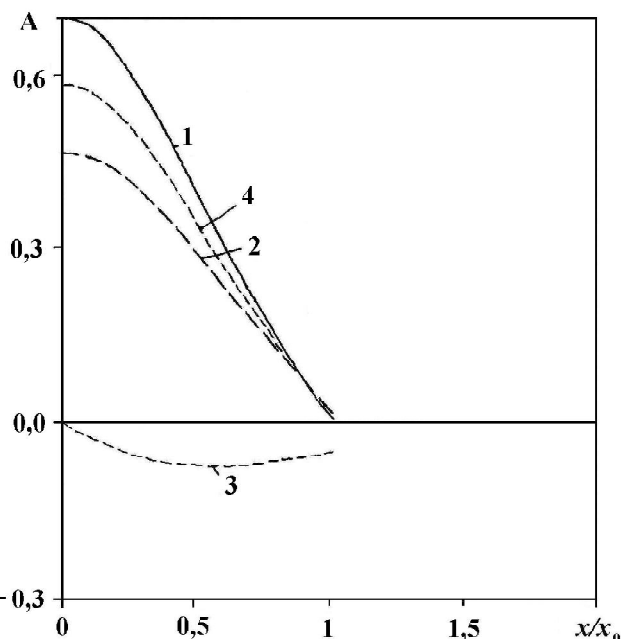


Рис. 2. Напряжения внутри орогена на уровне половины его высоты в начальный момент времени в относительном виде

$$A = \sigma / pgh,$$

где σ это σ_{xx} (индекс 1), σ_{zz} (2), σ_{xz} (3) или P (4).

должны обратиться в нуль. Наиболее велика погрешность вычисления s_{xy} . Расчет проведен при значении $h/x_0 = 0,2$, что, конечно же, не является малой величиной. При уменьшении h/x_0 погрешность становится приемлемой. На оси хребта выполняются соотношения $s_{xx} > p > s_{zz}$. На уровне половины высоты хребта гидростатическое давление составляет при $t = 0$ половину давления у подножия, а рассчитанное давление $-0,61$. Однако на вершине, где $P = 0$, оно по расчету равно $0,25$, что также характеризует погрешность вычислений при $h/x_0 = 0,2$.

Как видно из формул (9) при $|z| \ll x_0$, в т.ч. при $z = 0,08h$, т. е. на уровне, лежащем ниже любой точки рельефа в процессе его изменения, $s_{xx} = s_{zz} = P = pg[z - H(t, x)]$ и, таким образом, давление в любой момент времени практически совпадает с гидростатическим, а кривые давления и рельефа в относительном виде повторяют друг друга.

Выводы

При вязком изменении рельефа в поле силы тяжести возникают сопряженные с хребтом впадины, глубина которых составляет до одной трети остаточного рельефа. При вязкости $m = 10^{23}$ Па·с характерное время пенеппенизации составляет 10 млн. лет. Полученные результаты могут быть применены при исследовании широкого круга геологических задач.

Исследования проводятся при частичной поддержке РФФИ грант 08-05-00019

Список литературы

Григорьев А.С., Никитина Е.С. Исследования напряженного состояния и кинематики земной коры в областях активного формирования депрессии (математическое моделирование). Физика Земли. 1995. № 6. С. 5-12.

Динамика и эволюция литосферы. М.: Наука, 1986. 231 с.

Иванов К.С. Основные черты геологической истории (1,6-0,2 млрд. лет) и строение Урала. Екатеринбург: ИГГ УрО РАН, 1998. 252 с.

Иванов С.Н. О реологических моделях земной коры; критическое рассмотрение. Екатеринбург: ИГГ УрО РАН, 1998. 40 с.

Иванов С.Н., Иванов К.С. Режимы и структуры растяжения земной коры Провинции бассейнов и хребтов в Кордильерах Северной Америки. Екатеринбург: УрО РАН, 1996. 152 с.

Изучение тектонических деформаций. М.: ГИН АН СССР, 1987. 158 с.

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 76 с.

Проблемы структурной геологии и физики тектонических процессов. Ч. II. М.: ГИН АН СССР, 1987. 236 с.

Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. М.: Наука, 1981. 453 с.

Тектоническая расслоенность литосферы. М.: Наука, 1980. 215 с.

Тектоническая расслоенность литосферы новейших подвижных поясов. М.: Наука, 1982. 113 с.

Теркот Д., Шуберт Дж. Геодинамика. Ч. 2. М.: Мир, 1985. С. 405-412.

Ivanov S.N., Ivanov K.S. Hydrodynamic zoning of the Earth's crust and its significance. / J. Geodynamics. 1993. V. 17. № 4. P. 155-180.

Рецензент доктор геол.-мин. наук М.Г. Леонов