

УДК 550.347.097.33

УПРУГАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ ОСАДОЧНЫХ ПОРОД

© 2003 г. О. В. Павленко

Представлено академиком Е.И. Шемякиным 07.10.2002 г.

Поступило 09.10.2002 г.

Нелинейное поведение грунтов при сильных землетрясениях имеет различные проявления: резкие изменения амплитуд и спектров сейсмических колебаний в зависимости от грунтовых условий, уплотнение и разрыхление грунта при землетрясении, разжижение, остаточные деформации, и.т.д. Эти явления известны сейсмологам еще с 1930-х г. [1]. Представительные экспериментальные данные, свидетельствующие об упругой нелинейности грунтов, были получены вертикальными сейсмическими группами при землетрясении 1995 г. в Кобе (Япония). Публикации о нелинейно-упругих свойствах грунтов появились в 1970-х г., хотя в то время было еще мало данных натурных наблюдений. В теоретических исследованиях нелинейность реальных геологических сред обычно учитывали в уравнениях состояния с помощью квадратичной поправки к закону Гука [2–6 и др.]. Тип упругой нелинейности реальных сред предварительно не был исследован. В настоящей работе мы показываем с помощью метода нелинейной идентификации систем на основе обработки реальных данных, что осадочные породы представляют собой физические системы, обладающие упругой нелинейностью преимущественно нечетных типов. Нелинейности четных типов становятся сравнимы с нелинейностями нечетных типов лишь в отдельных случаях, например при разжижении грунтов. Хотя нелинейности четных и нечетных типов имеют много общего, частоты комбинационных гармоник, формы сейсмических солитонов, квазистатические деформации в сейсмических полях и другие нелинейные волновые явления различны для этих двух случаев. В целом нелинейность приповерхностных грунтов приводит к изменениям спектров распространяющихся в них сейсмических волн: спектры стремятся к виду $E(f) \sim f^{-k}$.

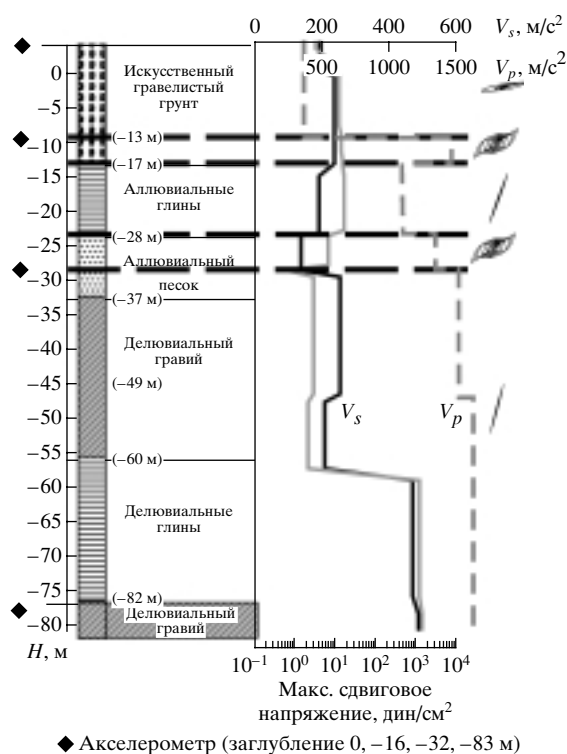
Нелинейность поведения грунтов при сильных землетрясениях объясняется нелинейностью зависимостей напряжение–деформация в грунтах при сильных воздействиях. Закон Гука уже не вы-

полняется, и нелинейные поправки становятся существенны. Зависимости напряжение–деформация определяют преобразования входных сейсмических сигналов в отклик грунта; нелинейность зависимостей напряжение–деформация приводит к искажениям форм и изменениям спектров распространяющихся сейсмических волн. В общем случае соотношение между входом и выходом нелинейной системы можно представить в виде ряда Вольтерра [7]:

$$\begin{aligned}
 y(t) = & k_0 + \int_0^{\infty} k_1(\tau)x(t-\tau)d\tau + \\
 & + \iint_{00}^{\infty\infty} k_2(\tau_1, \tau_2)x(t-\tau_2)d\tau_1d\tau_2 + \\
 & + \iiint_{000}^{\infty\infty\infty} k_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)x(t-\tau_1) \times \\
 & \times x(t-\tau_2)x(t-\tau_3)d\tau_1d\tau_2d\tau_3 + \dots,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $x(t)$ – вход, $y(t)$ – выход, t – время, $\tau, \tau_1, \tau_2, \tau_3$ – временные задержки, $k_0, k_1(\tau), k_2(\tau_1, \tau_2), k_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ – ядра Вольтерра нулевого, первого, второго и третьего порядков. Ядро первого порядка $k_1(\tau)$ описывает линейную часть отклика системы, а другие члены представляют собой квадратичную, кубическую и другие нелинейные поправки. Таким образом, анализируя входные и выходные сигналы, мы можем судить о типах и количественных характеристиках нелинейности системы [7].

Как известно, реальные зависимости напряжение–деформация грунтов очень разнообразны и определяются гранулометрическим составом грунта, его влажностью, и др. В водонасыщенных грунтах начальный выпуклый вверх участок зависимости напряжение–деформация сменяется отклонением в сторону оси напряжений, т.е. вогнутой частью. В таких грунтах можно ожидать появления ударных волн за пределом упругости [8]. Зависимости напряжение–деформация, представленные только выпуклым участком, характерны для мягких грунтов, таких как лессовые глины и пески. Разжиженные грунты имеют по-



◆ Акселерометр (заглубление 0, -16, -32, -83 м)

Рис. 1. Геологический разрез и типы зависимостей напряжение–деформация на разных глубинах в Порт Айленде. Ромбом отмечены глубины установки акселерометра (заглубление 0, -16, -32, -83 м).

добные зависимости напряжение–деформация “мягкого” типа, но более пологие, с наклонами, близкими к горизонтали при больших деформациях. Чувствительность грунтов к динамическим нагрузкам естественно уменьшается с глубиной, и грунты, залегающие на глубине, ведут себя более “линейно”, чем приповерхностные грунты.

На базе этих физических представлений, исследованы записи землетрясения 1995 г. в Кобе, сделанные вертикальными группами в пунктах Порт Айленд (ПА) (3-компонентные акселерометры установлены на поверхности и на глубинах 16, 32 и 83 м), СЖК и ТКС (SGK, TKS – названия пунктов установки вертикальных групп) (3-компонентные акселерометры на поверхности и на глубинах 24.9, 97, 25 и 100 м соответственно), с целью оценки зависимостей напряжение–деформация в грунтах *in situ* [9]. Все три пункта регистрации расположены в окрестности эпицентра: в 2, 6 и 15 км от плоскости разлома соответственно. Геологические разрезы во всех трех пунктах подобны: искусственный или аллювиальный грунт в верхних 10–20 м; перемежающиеся слои глин, песков и гравия на глубинах 20–100 м. Для расчетов разрезы были условно разделены на группы слоев, для которых сделано предположение о физически обоснованных типах зависимостей напряжение–деформация (рис. 1): 1) зависимости,

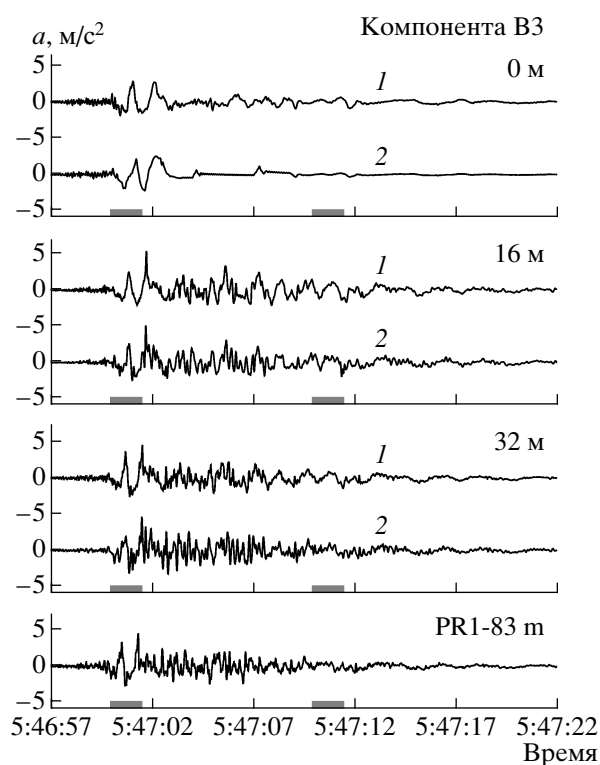


Рис. 2. Зарегистрированные (1) и рассчитанные (2) акселерограммы для вертикальной группы Порт Айленд.

подобные полученным в лабораторных экспериментах Хардина и Дрневича [10], для грунтов на глубине (ПА: 18–26 м и ниже 34 м; СЖК: ниже 11 м; ТКС: ниже 14 м); 2) зависимости, подобные (1), но гораздо более пологие, с наклонами, близкими к горизонтальным при больших деформациях, для разжиженных грунтов (ПА: верхние 13 м); и 3) зависимости, в которых начальный выгнутый вверх участок сменяется отклонением в сторону оси напряжений, для водонасыщенных песков (ПА: 13–18 м и 27–32.5 м; СЖК: верхние 11 м, ТКС: верхние 14 м). Группы таких зависимостей были сгенерированы и последовательно протестированы для нахождения групп кривых, дающих наилучшее согласие между зарегистрированными и смоделированными акселерограммами (рис. 2). Для учета временных изменений в поведении грунтов анализировали последовательные 1.5-секундные временные интервалы. Был использован алгоритм вычислений, основанный на модифицированном методе сосредоточенных параметров [11]. Полученные зависимости напряжение–деформация были использованы для оценки изменений в упругих модулях в различных слоях [9]. В ПА и СЖК, где зарегистрированы наибольшие ускорения, зафиксированы наибольшие изменения в верхних слоях и стабильность в более глубоких областях. Постепенное

снижение упругих модулей вследствие разжижения наблюдалось в ПА, снижение и восстановление упругих модулей отмечалось в СЖК и ТКС.

Полученные зависимости напряжение–деформация представляют собой достаточно хорошее приближение к реальным потому что: 1) выбор зависимостей напряжение–деформация в слоях был физически обоснован; 2) существует хорошее согласие между зарегистрированными и рассчитанными акселерограммами (рис. 2); 3) получены подобные зависимости напряжение–деформация для двух горизонтальных компонент; 4) оцененные изменения зависимостей напряжение–деформация во времени физически корректны и согласуются с результатами других авторов [12, 13] и с лабораторными тестами. Для данных геологических разрезов и акселерограмм полученные вертикальные распределения зависимостей напряжение–деформация дают наилучшее согласие расчетных и зарегистрированных акселерограмм. Наши расчеты показывают, что любые заметные изменения вертикального распределения зависимостей напряжение–деформация нарушают это согласие [9].

Таким образом, для 3 пунктов регистрации построены зависящие от времени модели нелинейного поведения грунтов при сильных движениях. Для определения типов и количественных характеристик нелинейности грунтов полученные модели были протестированы гауссовым шумом в широкой полосе частот 0.1–100 Гц и монохроматическими сигналами. Тестирующие сигналы представляли собой аппроксимации сигнала от землетрясения в Кобе. Результаты представлены на рис. 3 и 4. Оценены функционалы ряда Винера (подобного ряду Вольтерра (1) и состоящего из ортогональных членов в случае, если входной сигнал представляет собой гауссов белый шум) [7]. Ядра Винера h_0 , $h_1(\tau)$, $h_2(\tau_1, \tau_2)$ и $h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ рассчитаны методом кросскорреляционных функций [7, 13]. Оценены линейная, нелинейная квадратичная и нелинейная кубическая компоненты отклика грунта при землетрясении в Кобе в ПА, СЖК и ТКС.

В ПА в верхних слоях грунта наблюдалось разжижение, и были проанализированы временные интервалы, соответствующие различным стадиям разжижения (рис. 3 показывает результаты для двух из них). Результаты нелинейной идентификации для пунктов СЖК и ТКС сходны с результатами, полученными для Порт Айленда в начале сильных движений.

Для неразжиженных грунтов нелинейная часть отклика составляла около 30% всей интенсивности отклика, и нелинейные кубические компоненты были значительно выше по интенсивности, чем нелинейные квадратичные (рис. 3). По мере развития разжижения в ПА нелинейная часть отклика грунта возрастала вследствие рос-

та квадратичной и других нелинейных компонент четных порядков, тогда как кубическая компонента оставалась приблизительно на том же уровне. Ядра Винера нулевого порядка h_0 представляют собой квазистатические деформации поверхности. Для различных временных интервалов в отклике они принимают положительные и отрицательные значения, т.е. приповерхностные слои медленно смещаются в ту или иную сторону при колебаниях. Этот эффект может быть интерпретирован как результат накопления остаточных сдвиговых деформаций на поверхности [8]. Такая асимметрия колебаний связана с нелинейностями четных порядков [7]. Интенсивность этих квазистатических деформаций, нормализованная на интенсивность отклика, возрастает по мере развития разжижения (рис. 3), указывая на возрастание нелинейностей среды четных порядков.

В нижней части рис. 3 показаны диагональные значения ядер Винера $h_1(\tau)$, $h_2(\tau)$, и $h_3(\tau)$ ($\tau_1 = \tau_2 = \tau_3$) и взвешенные средние (вес пропорционален максимальной деформации) зависимости напряжение–деформация для верхних слоев. Кривые нагрузки и разгрузки этих зависимостей могут быть представлены как суммы нечетных и четных функций, которые также показаны на рис. 3. Соотношения между этими нечетными и четными компонентами (квадратный корень из отношения их интенсивностей “н/ч” показан на рис. 3) определяют соотношения между нечетными и четными компонентами отклика грунта. По мере развития разжижения в ПА зависимости напряжение–деформация в верхних слоях становятся более и более пологими, и доля четных составляющих в отклике грунта возрастает. Для сравнения грунты в СЖК и ТКС, где разжижения не наблюдалось, обладают преимущественно нечетными нелинейностями, что видимо является наиболее типичным случаем для грунтов.

Другими указателями типов нелинейности грунтов являются высшие гармоники, которые генерируются при распространении монохроматических сигналов в грунтах на рис. 4 показаны спектры “входных” монохроматических сигналов (на глубинах установки наиболее заглубленных приборов в трех пунктах) и спектры смоделированных сигналов на глубинах установки других регистрирующих приборов. Генерация 3, 5, 7 и др. гармоник нечетных порядков свидетельствует о нечетных порядках нелинейности грунтов. Гармоники четных порядков (2-я и 4-я) генерируются только в разжиженных грунтах в ПА. Таким образом, нелинейности нечетных порядков типичны для неразжиженных грунтов. Четные нелинейности могут быть зафиксированы лишь в грунтах, в которых зависимости напряжение–деформация содержат заметные четные компоненты, как например в разжиженных грунтах.

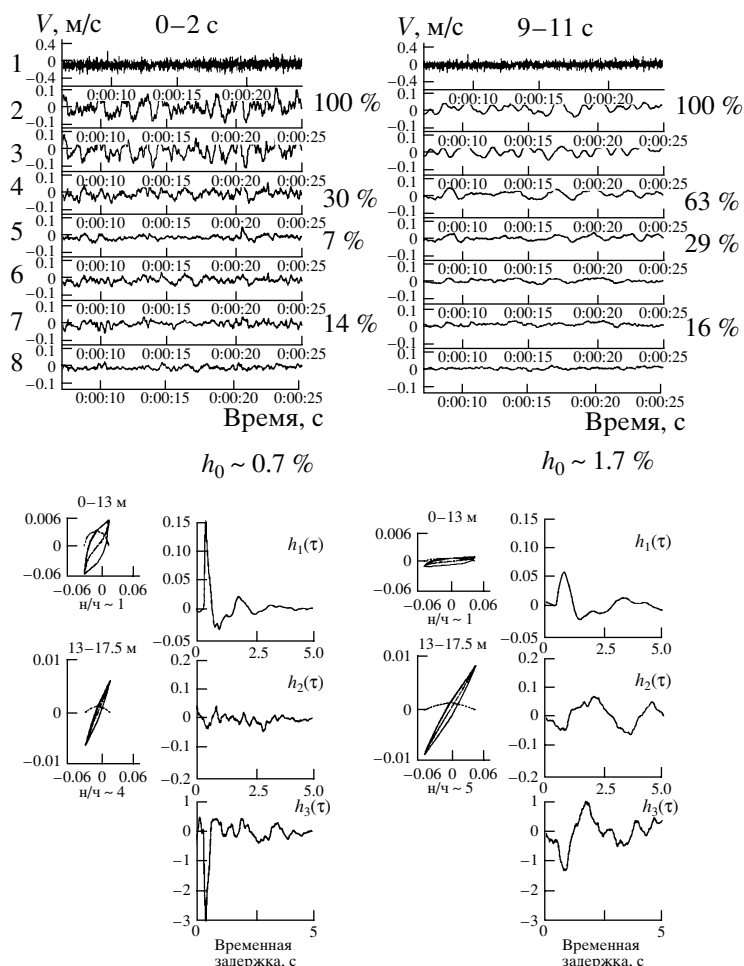


Рис. 3. Отклик (2) системы осадочных слоев в Порт Айленде на гауссов белый шум (1), аппроксимирующий входной сигнал от землетрясения 1995 г. в Кобе. 3 – отклик, предсказанный линейной моделью, 4 – отклонение отклика системы от отклика, предсказанного линейной моделью, 5 – нелинейная поправка, обусловленная квадратичной нелинейностью системы, 6 – отклонение отклика системы от отклика, предсказанного линейной моделью с нелинейной квадратичной поправкой, 7 – нелинейная поправка, обусловленная кубической нелинейностью системы, 8 – отклонение отклика системы от отклика, предсказанного линейной моделью с нелинейными квадратичной и кубической поправками. Анализировали два временных интервала (отмечены на рис. 2), соответствующие начальной и конечной стадиям разжижения. В нижней части рисунка – диагональные значения ядер Винера и усредненные зависимости напряжение–деформация для приповерхностных слоев грунта.

Физические механизмы нелинейности трещиноватых горных пород те же самые что и в грунтах (количественные проявления конечно разные), поскольку зависимости напряжение–деформация в горных породах также имеют гистерезисный вид. “Гистерезисные эффекты” в горных породах исследовали аналитически и в лабораторных экспериментах [14]. Гистерезисные кривые аппроксимировали параллелограммами, и если параллелограмм был узким, модель предсказывала нулевую спектральную плотность на четных высших гармониках частоты источника (что согласуется с нашими выводами) и приблизительную “парность” амплитуд на нечетных гармониках (что видимо является артефактом модели). Таким образом, нечетные типы нелинейности осадочных и

горных пород являются “гистерезисным” эффектом, обязанным тому, что кривые нагружения и разгрузки гистерезисных зависимостей напряжение–деформация являются преимущественно нечетными функциями.

Трансформации спектров гауссова шума, распространяющегося в грунтах, показывают другую важную тенденцию: спектры “выходных” сигналов на поверхности стремятся принять форму $E(f) \sim f^{-k}$ (k зависит от свойств грунтов) (рис. 4, справа). Взаимодействия спектральных компонент распространяющихся сигналов приводят к генерации гармоник комбинационных частот в высокочастотной и низкочастотной областях; амплитуды этих гармоник связаны с их частотами. В результате энергия перераспределяется по

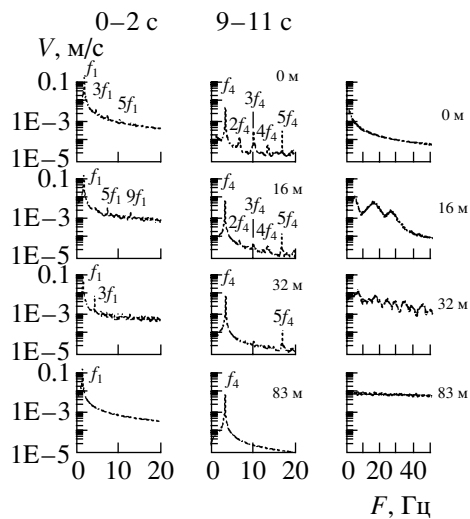


Рис. 4. Спектры скоростей тестирующих монохроматических сигналов и гауссова белого шума, распространяющихся в грунтах в Порт Айленде.

спектральной полосе таким образом, что низкочастотная часть возрастает, острые спектральные пики пропадают, и результирующий спектр выходных сигналов стремится принять “предельную” форму $E(f) \sim f^{-k}$. Эта формула получена теоретически в нелинейной акустике в приближении бесконечно большого числа взаимодействующих волн [15]. Следовательно, “предельный” спектр может быть достигнут только в случаях сильной нелинейности грунта (т.е. толстый слой осадков и/или интенсивный входной сигнал), в то время как на практике мы наблюдаем “промежуточные” случаи и только тенденцию к возрастанию низкочастотных компонент и сглаживанию спектральных пиков. Эту тенденцию ясно показывают спектры ускорений землетрясения в Кобе 1995 г. Физический механизм этого явления, которое известно в инженерной сейсмологии как сильное затухание высокочастотных компонент в

грунтах, – упругая нелинейность приповерхностных грунтов.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 01–0565159).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Suyehiro K.* // Eng. seismol. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng. 1932. V. 58. N. 4.
2. *Алешин А.С., Гуцин В.В., Креков М.М.* // ДАН. 1981. Т. 260. № 3. С. 574–575.
3. *Гуцин В.В., Шалаиов Г.М.* Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками. М.: Наука, 1981. С. 144–155.
4. *Lund F.* // Pure and Appl. Geoph. 1983. V. 121. № 1. P. 17–26.
5. *Parke D.F.* // Phys. Earth Planet. Interiors 1988. V. 50. P. 16–25.
6. *Dimitriu P. P.* // Phys. Earth and Planet. Interiors. 1990. V. 63. P. 172–180.
7. *Marmarelis P. Z., Marmarelis V. Z.* Analysis of Physiological Systems, The White-Noise Approach. N.Y.; L.: Plenum, 1978.
8. *Зволицкий Н.В.* // Вопросы инж. сейсмологии. 1982. Т. 23. С. 4–19.
9. *Pavlenko O.V., Irikura K.* // Pure and Appl. Geoph. 2002. In press.
10. *Hardin B.O., Drnevich V.P.* // J. Soil Mech. and Found. Div. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng. 1972. V. 98. P. 667–692.
11. *Joyner W. B., Chen T. F.* // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1975. V. 65. P. 1315–1336.
12. *Kawase H., Satoh T., Fukutake K., Irikura K.* // J. Constr. Eng. AII. 1995. V. 475. P. 83–92.
13. *Sato K., Kokusho T., Matsumoto M., Yamada E.* // Soils and Foundations. Spec. Issue on Geotechn. Aspects of the Jan. 17, 1995 Hyogoken Nanbu earthquake. 1996. P. 41–52.
14. *Kadish A., Johnson P. A., Zinszner B.* // J. Geoph. Res. 1996. V. 101. P. 25139–25147.
15. *Кадошцев В.В., Карпман В.И.* // УФН. 1971. Т. 103. № 2. С. 27–48.